



環境と数学

～森林資源をとおして～

吉本 敦

統計数理研究所

モデリング研究系

令和3年3月8日

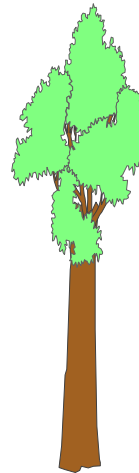
森林資源とデータ収集



森林



林分



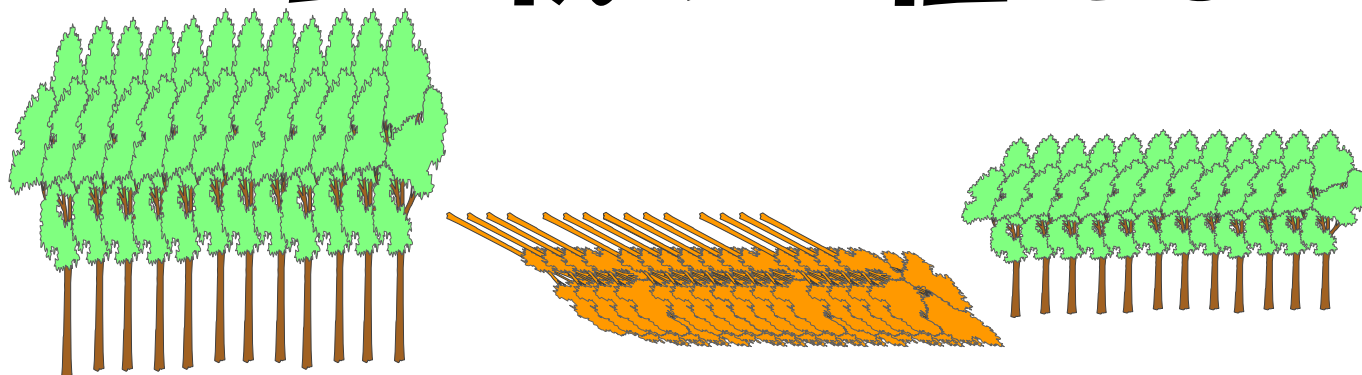
単木



古典的な森林資源の利用

- 木材生産

1. 伐って植える



2. 伐って使う

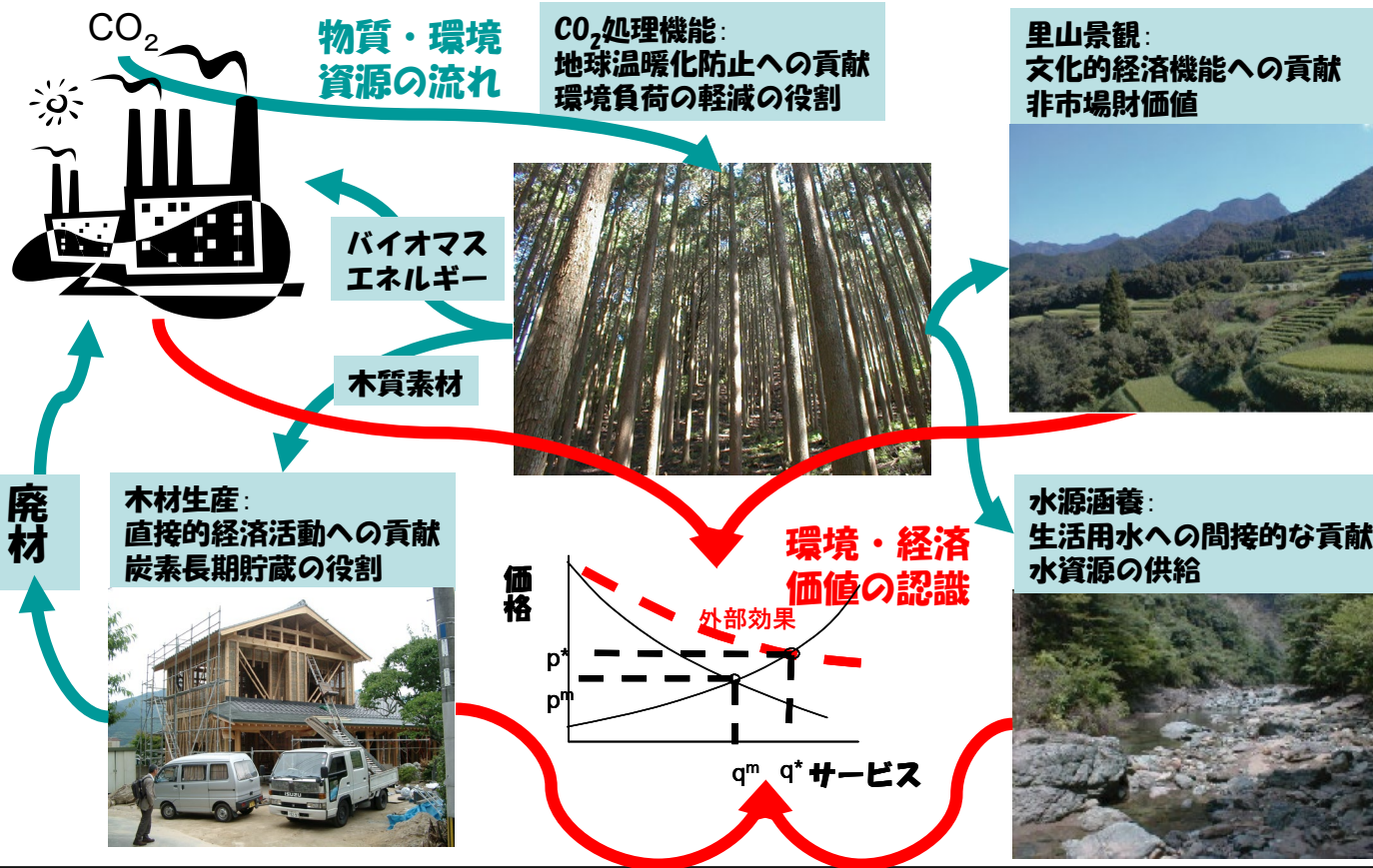


近代的な森林資源の利用・管理

森林の持つ多機能への認識

価値 $\Rightarrow$ 経済価値：生活スタイルの見直し

他の生産活動：
直接的経済活動
環境への負荷の発生



環境と経済



環境保全

資源利用への競合

経済活動

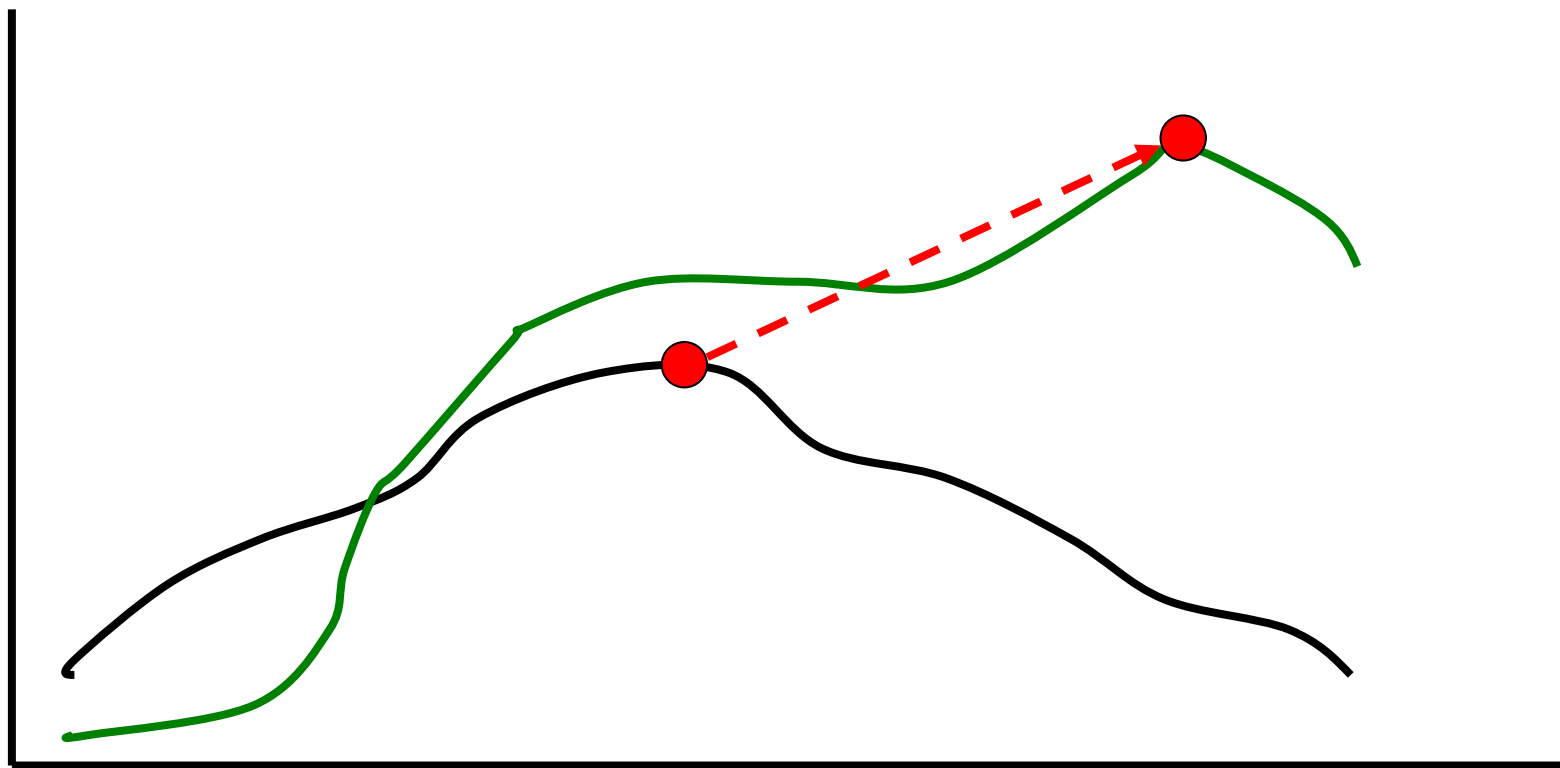
政策立案者からの良くある質問

- 異なる政策を導入したらどうなるの？
- それにはいくらの費用が発生するの？
- 最適な意思決定はどうなるの？
- などなど

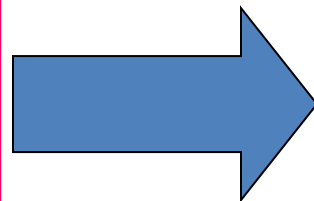


最適化の枠組みで答えて行く

評価における最適解の必要性



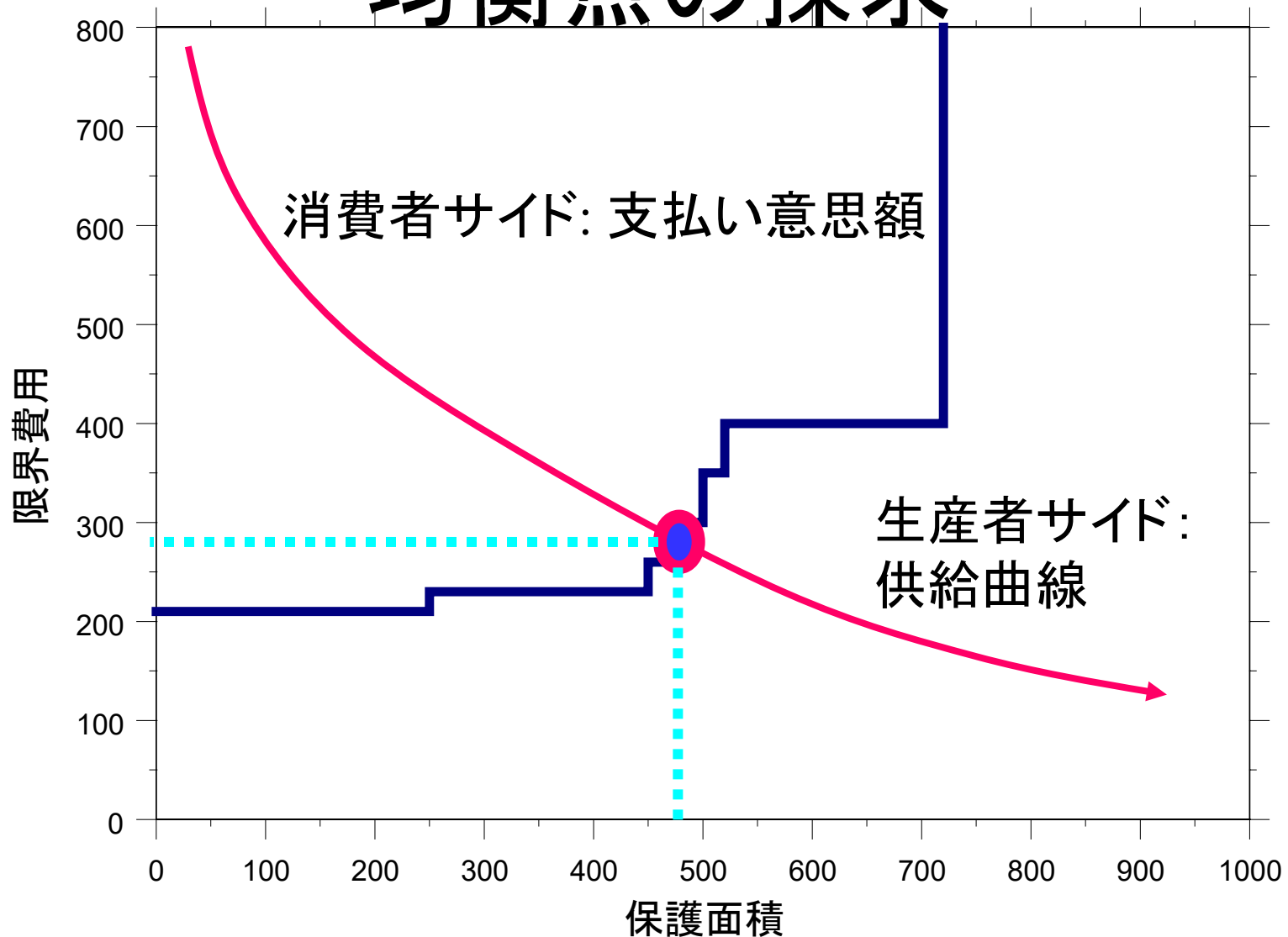
- ▶▶ 種の多様性の維持
- ▶▶ 森林生態系の維持
- ▶▶ 景観の維持
- ▶▶ etc



木材生産活動への制約

- 数理計画法による潜在価値
- 事後最適性分析

均衡点の探求





評価方法

- “生産者”側の経済行動を基準
- 資源利用競合に伴う評価
- “生産”モデルの構築と最適化

森林科学

Outcomes

森林の動態などの様々な成果

Inputs

利用・管理に対する
最適化モデル

効率的かつ効果的な解の探求
政策オプションの評価

環境政策

かつての林業における数学の利用

個人的な3大事例

1. 鈴木太七教授による減反率理論(1961年)

世界で初めて確率論の展開により将来の木材供給を予測。

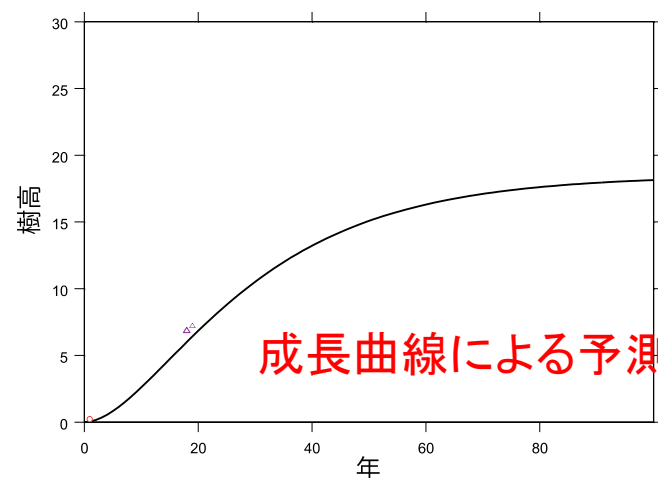
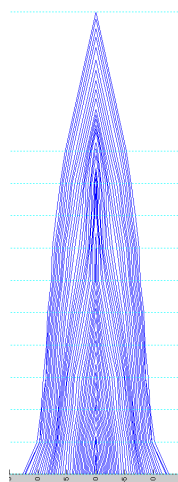
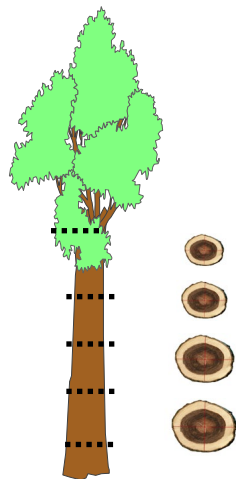
2. 安藤 貴博士による密度管理図(1968年)

世界で初めて林分の成長(樹高・胸高直径・材積・本数の関係)に対する数理モデルを構築。

3. 有水疆氏による間伐最適化(1957年)

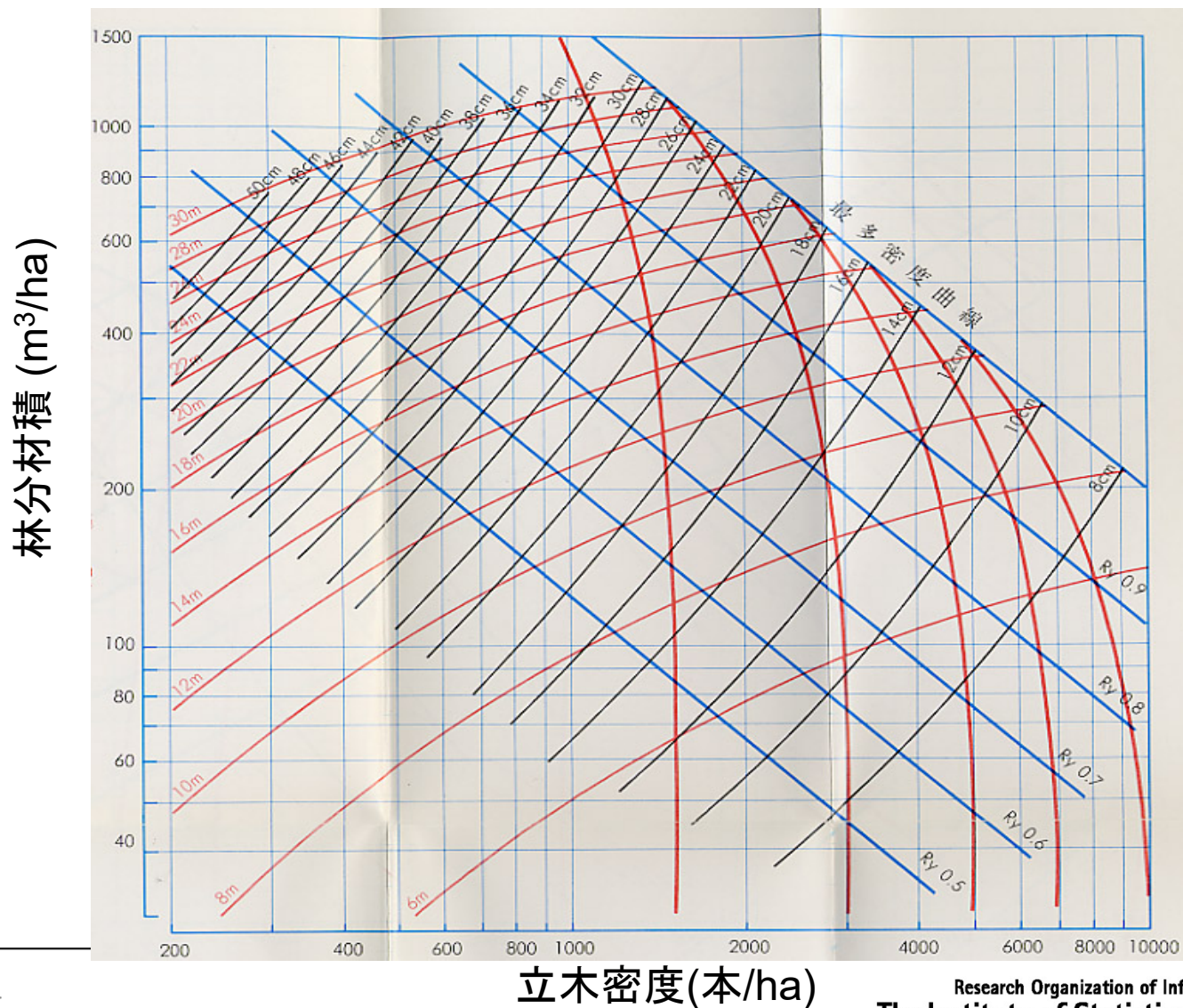
世界で初めて動的計画法を用いて間伐の最適化。

単木の成長



林分の成長モデル:間伐効果

密度管理図: 状態依存
胸高直径, 樹高, 材積, 立木密度(Ando 1968)



密度管理関の関数群

平均単木材積

$$v = \frac{1}{0.068509N \cdot H^{-1.347464} + 2658.2 \cdot H^{-2.814651}}$$

自然枯死線

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_0} + \frac{v}{3.47089 \times 10^6 N_0^{-0.9184}}$$

植栽本数 N_0

ha 当たり材積

$$V = v \cdot N$$

林分形状高

$$HF = 0.791213 + 0.244012H\sqrt{N}/100 + 0.353895H$$

ha 当たり断面積

$$G = \frac{V}{HF}$$

断面積平均直径

$$\overline{Dg} = 200\sqrt{G/(\pi \cdot N)}$$

平均胸高直径

$$\overline{DBH} = -0.048940 - 0.034814H\sqrt{N}/100 + 0.98937Dg$$

最多密度における ha 当たり本数

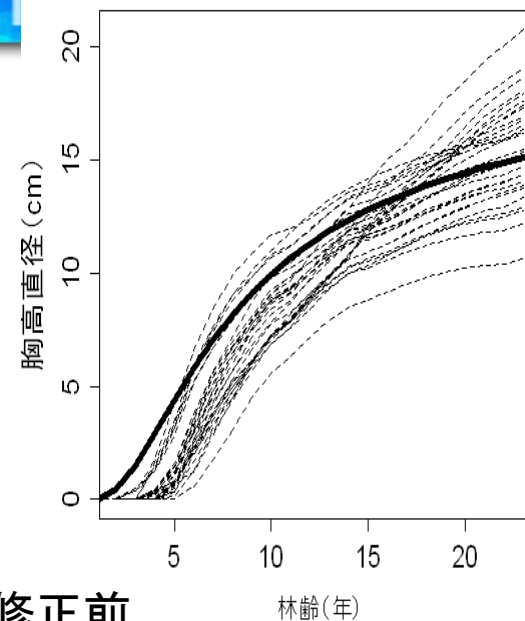
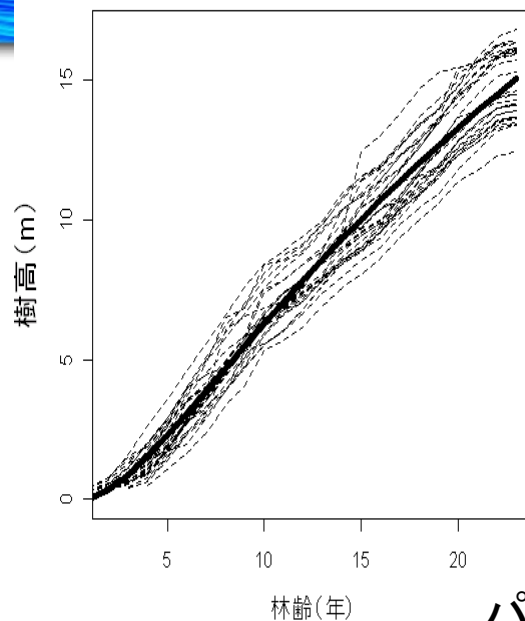
$$N_{Rf} = 10^{5.3083} H^{-1.4672}$$

最多密度における ha 当たり材積

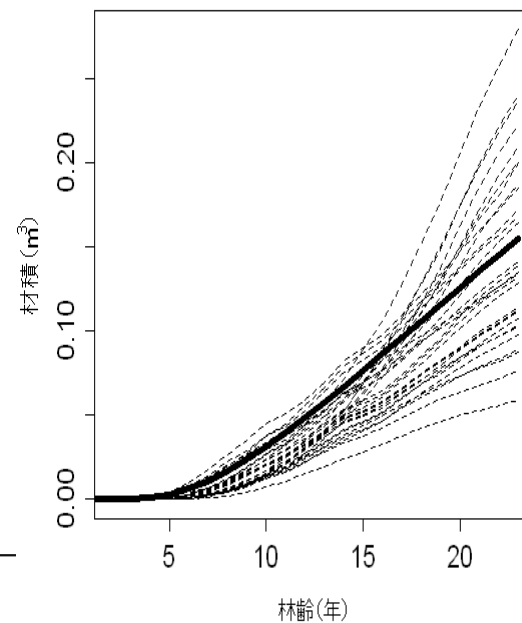
$$V_{Rf} = \frac{N_{Rf}}{0.068509N_{Rf} \cdot H^{-1.347464} + 2658.2H^{-2.814651}}$$

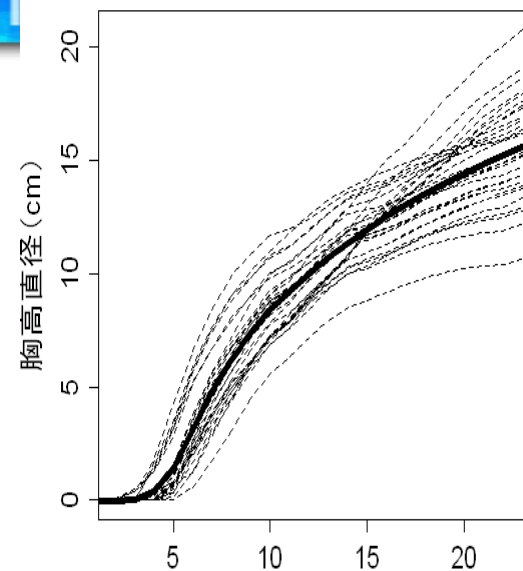
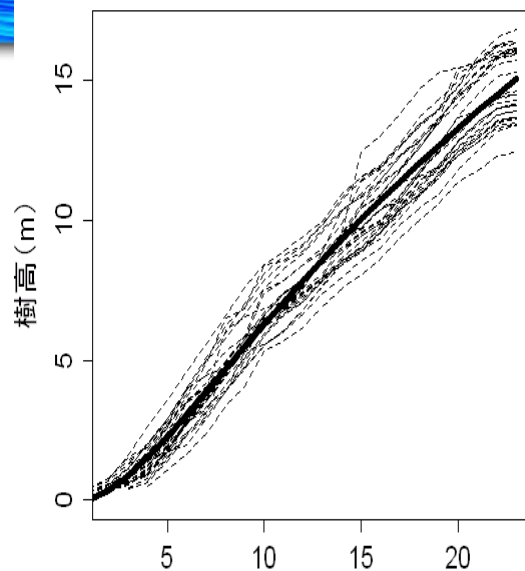
収量比数

$$Ry = \frac{V}{V_{Rf}}$$

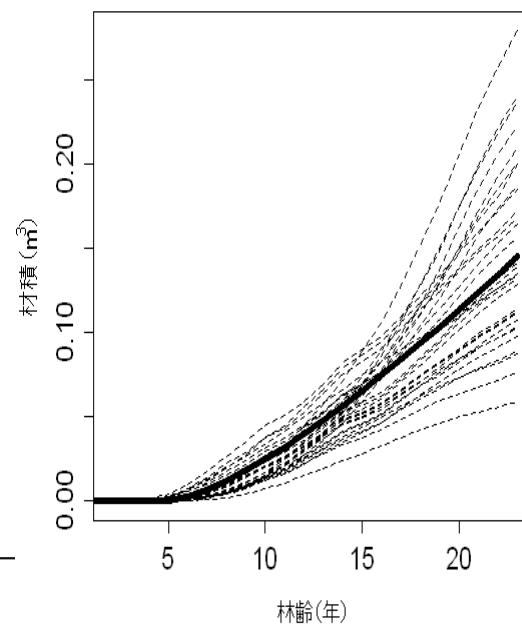


パラメータ修正前





一般化最小自乗法によるパラメータ再推定後



広域森林のデータ(森林簿)

1. 樹種

2. ID

3. 林齢

4. 林分の場所

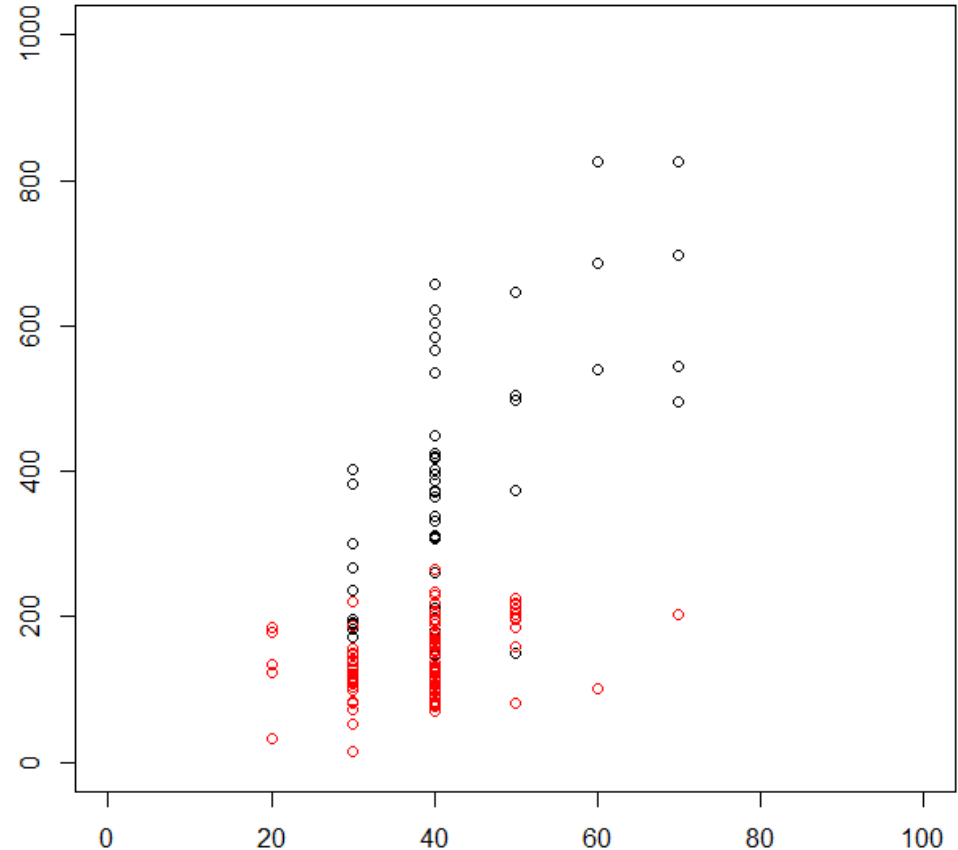
5. 所有者

6. 面積

7. 蓄積量

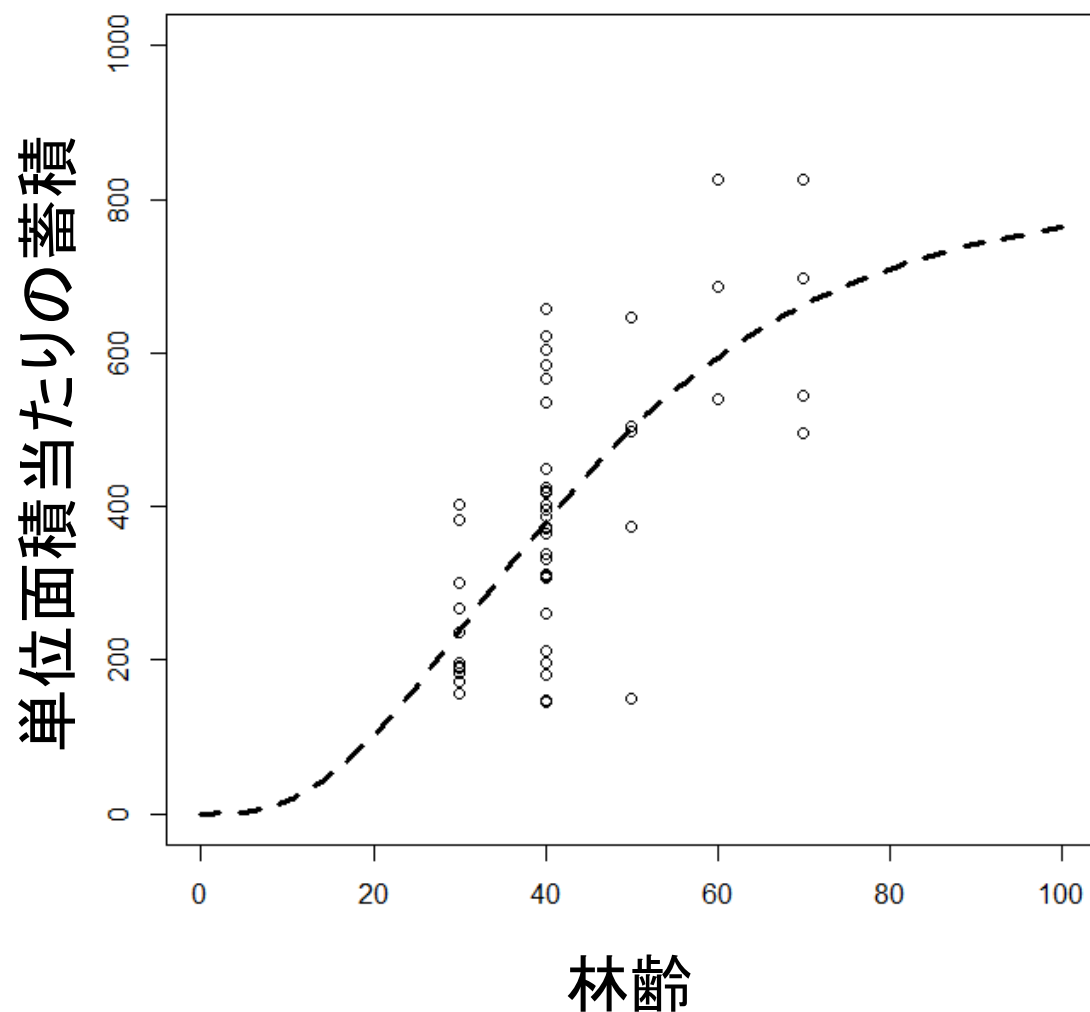
$$V = \frac{\text{蓄積量}}{\text{面積}} (\text{m}^3/\text{ha})$$

単位面積当たりの蓄積

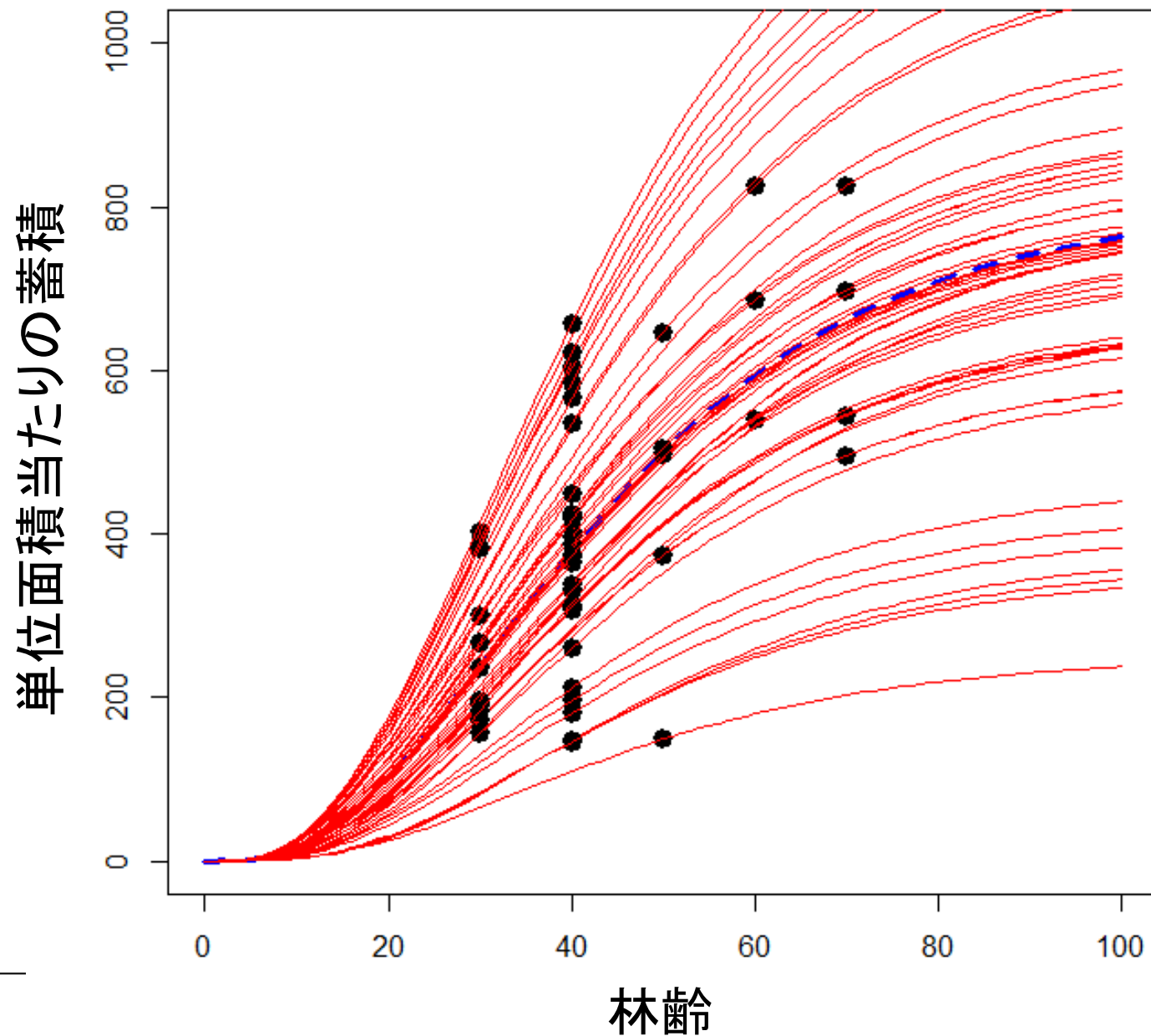


林齢

事前情報からの成長曲線の推定: ベイズ推定



事前情報から最もらしい予測



成長モデルの利用などにより現実の抽象化

利用・管理問題の数理モデル構築

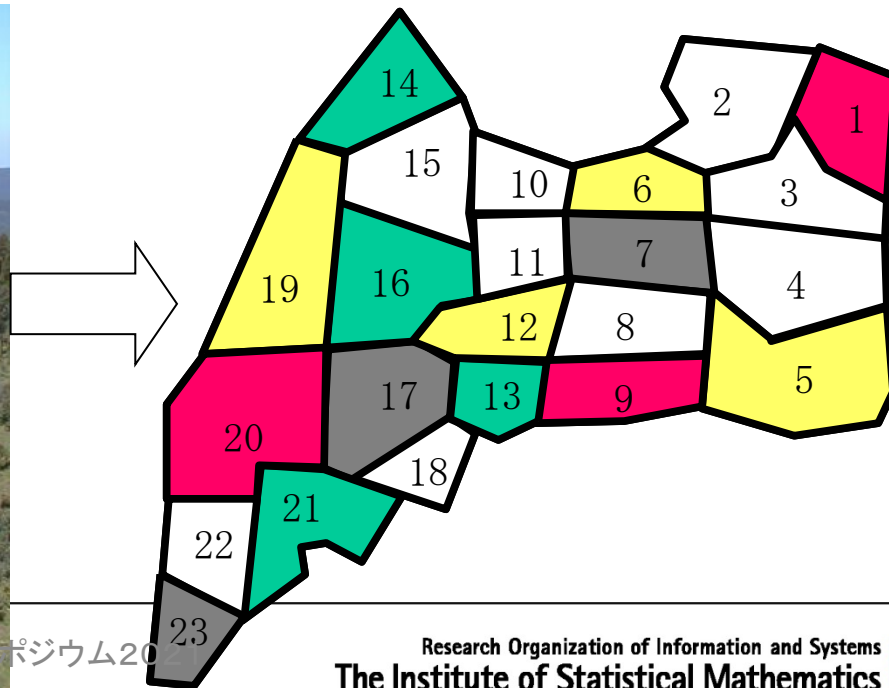
最適解の探求

解の実行

経済分析

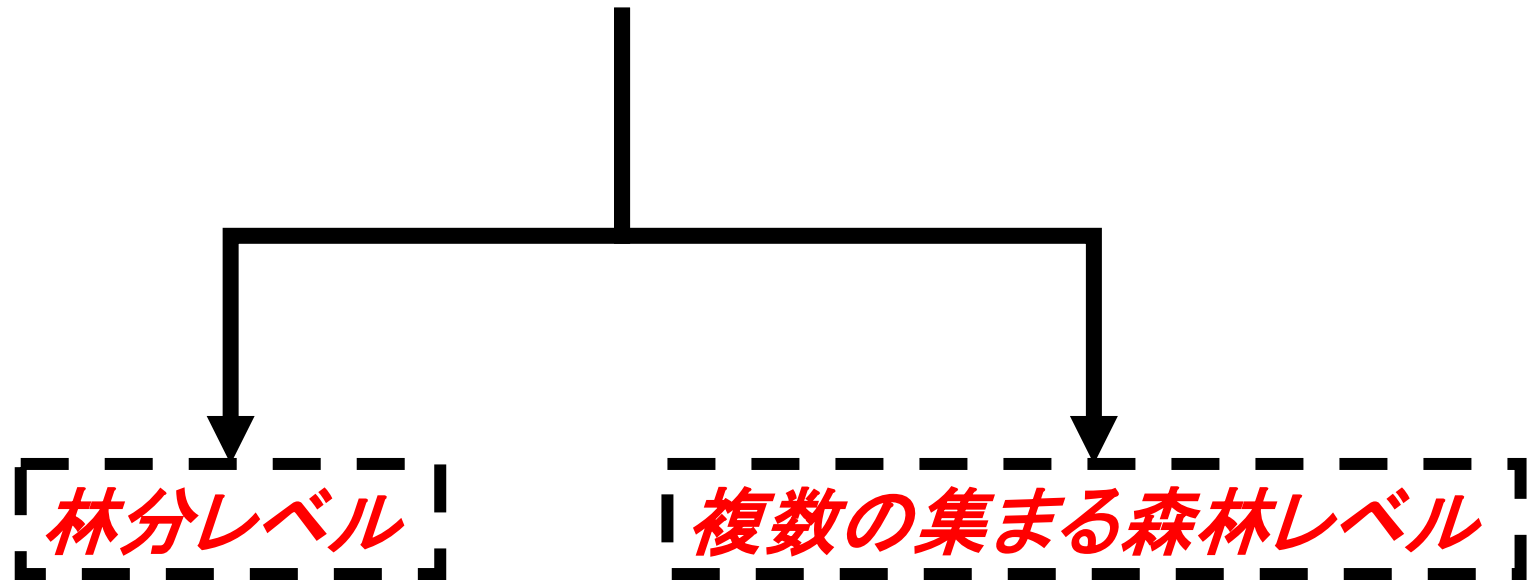
政策提言

➡ 費用便益



森林資源の最適化問題

-2つのターゲット-



対象とするスケールの違いにより対応が異なる

状態の分類

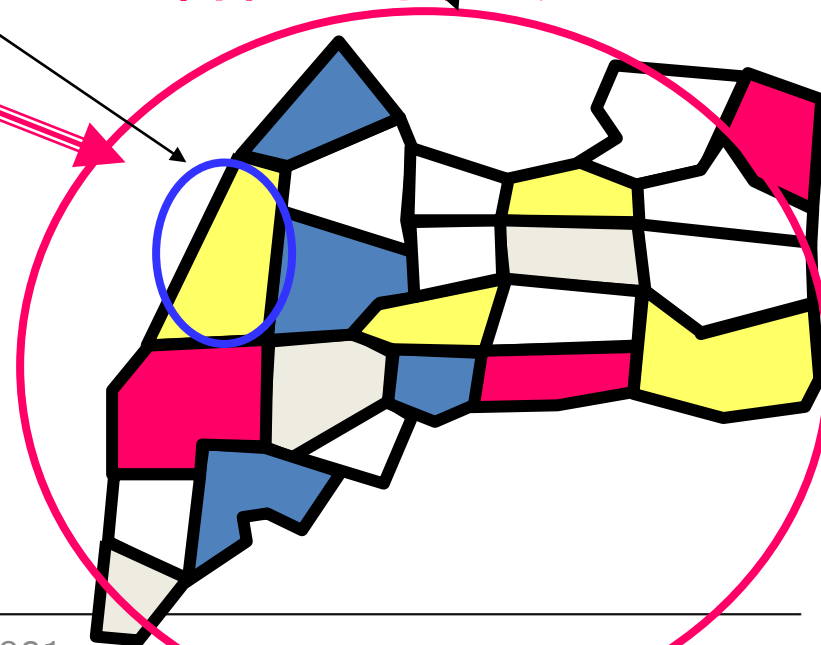
管理目的・制約が異なる

林分レベルでの管理

森林レベルでの管理



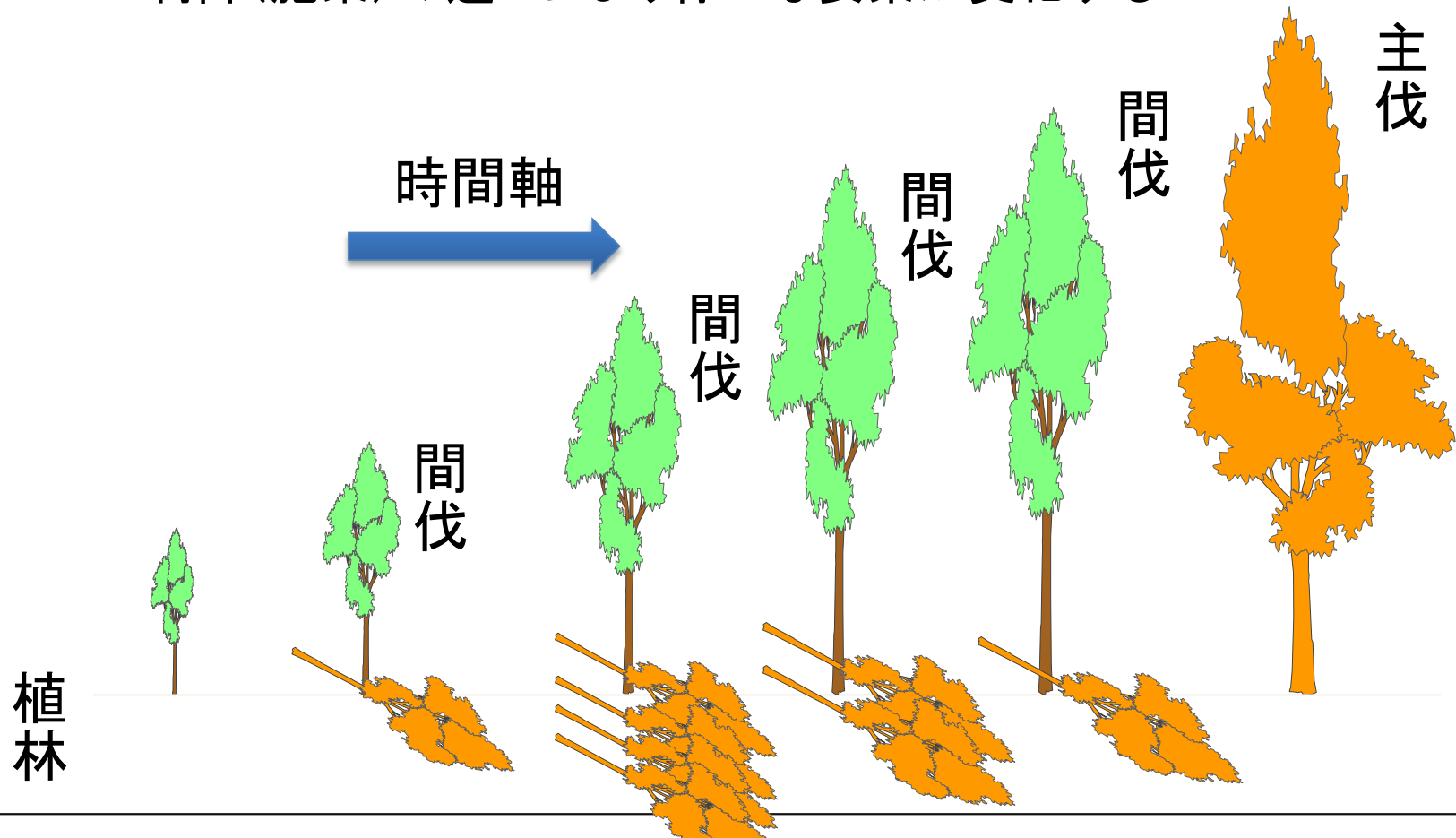
モデリングのための抽象化
・同一樹種林鈴、生産性など



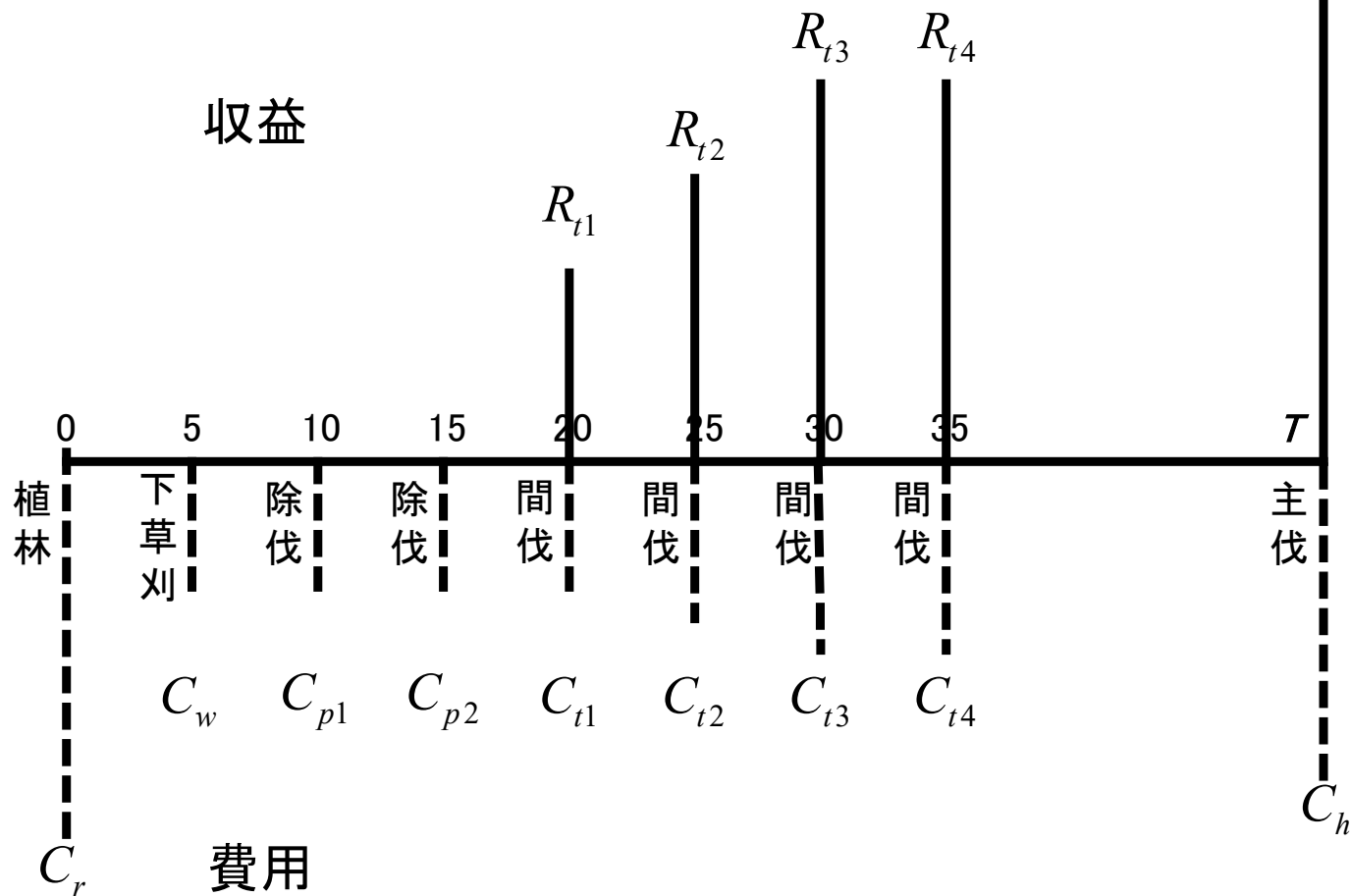
林分レベル

制御：間伐時期，強度，など

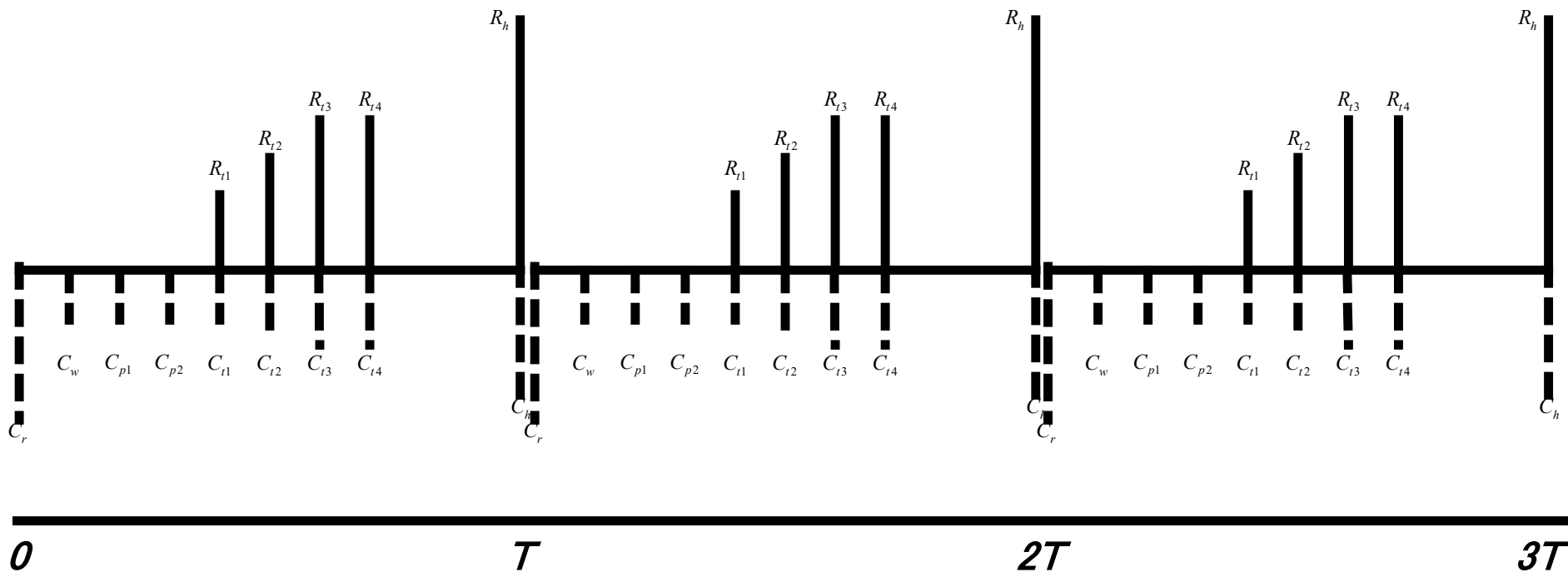
- ->制御（施業）の違いにより様々な要素が変化する？



現在価値換算: Net Present Value



無限回の伐採: 土地期望価 Soil Expectation Value



4) 土地期望価(Soil or Land Expectation Value: SEV)

$$NPV = -C_r - \frac{C_w}{(1+r)^5} - \frac{C_{p1}}{(1+r)^{10}} - \frac{C_{p2}}{(1+r)^{15}} + \frac{R_{t1} - C_{t1}}{(1+r)^{20}} + \frac{R_{t2} - C_{t2}}{(1+r)^{25}} + \frac{R_{t3} - C_{t3}}{(1+r)^{30}} + \frac{R_{t4} - C_{t4}}{(1+r)^{35}} + \frac{R_h - C_h}{(1+r)^T}$$

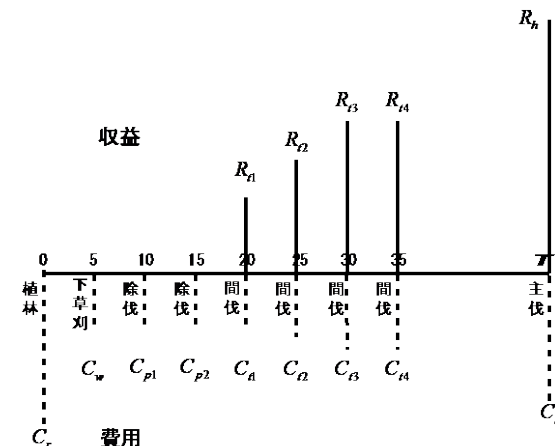


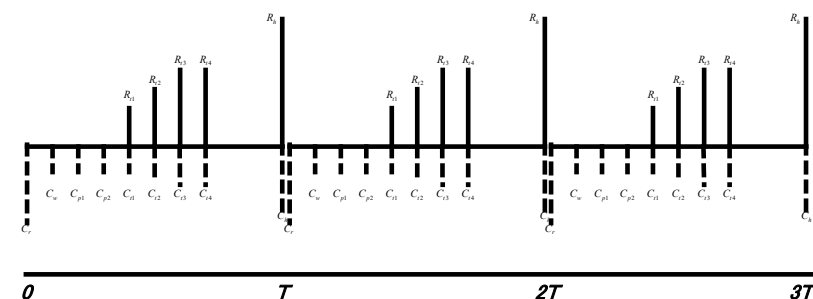
図1. 一連の施業に関わる費用と収益

“Hossfeld formula” or known as “Faustmann formula”

$$SEV = NPV + \frac{NPV}{(1+r)^T} + \frac{NPV}{(1+r)^{2T}} + \frac{NPV}{(1+r)^{3T}} + \frac{NPV}{(1+r)^{4T}} + \dots$$

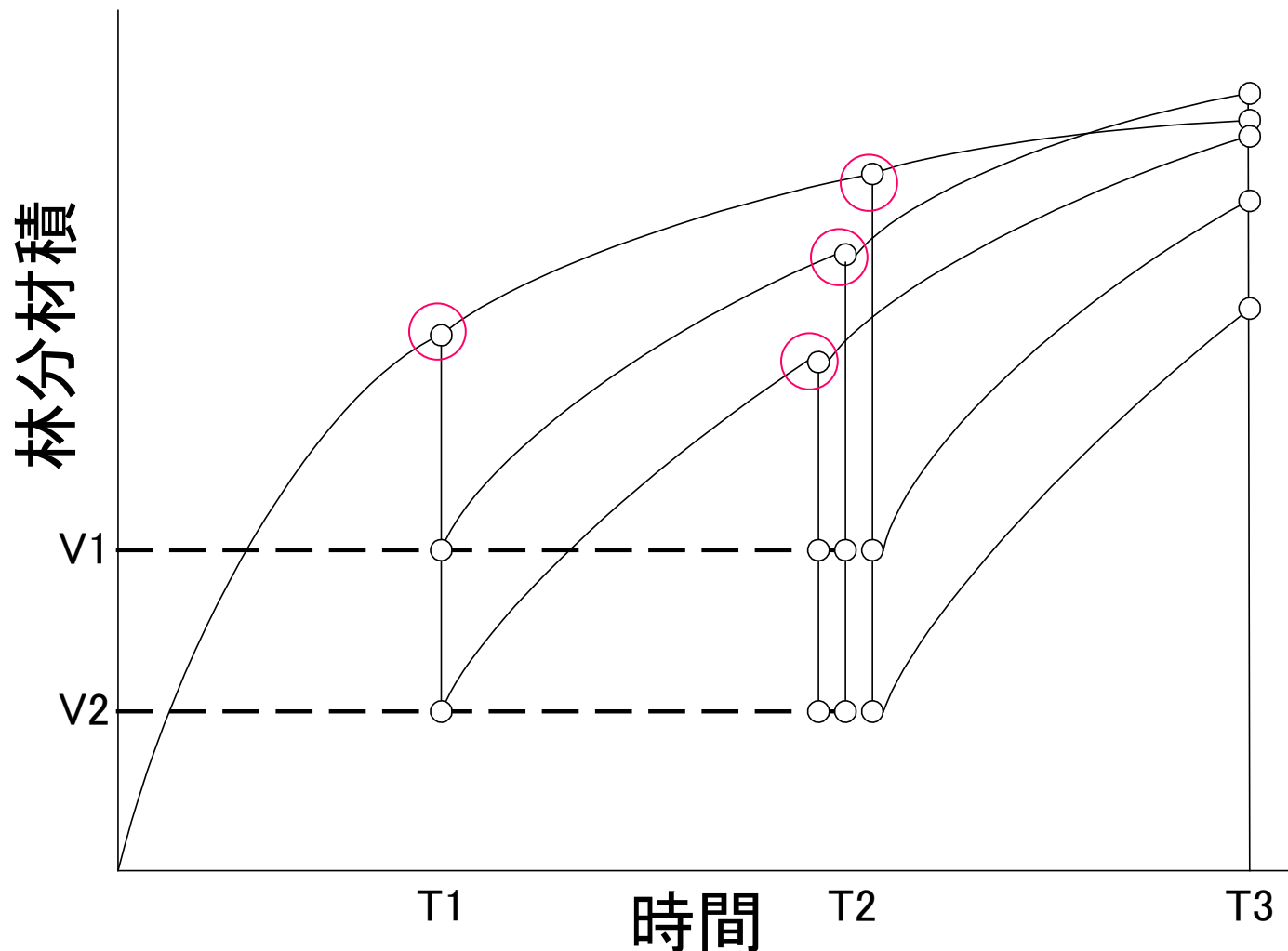
$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{NPV}{(1+r)^{kT}}$$

$$= NPV \frac{(1+r)^T}{(1+r)^T - 1}$$

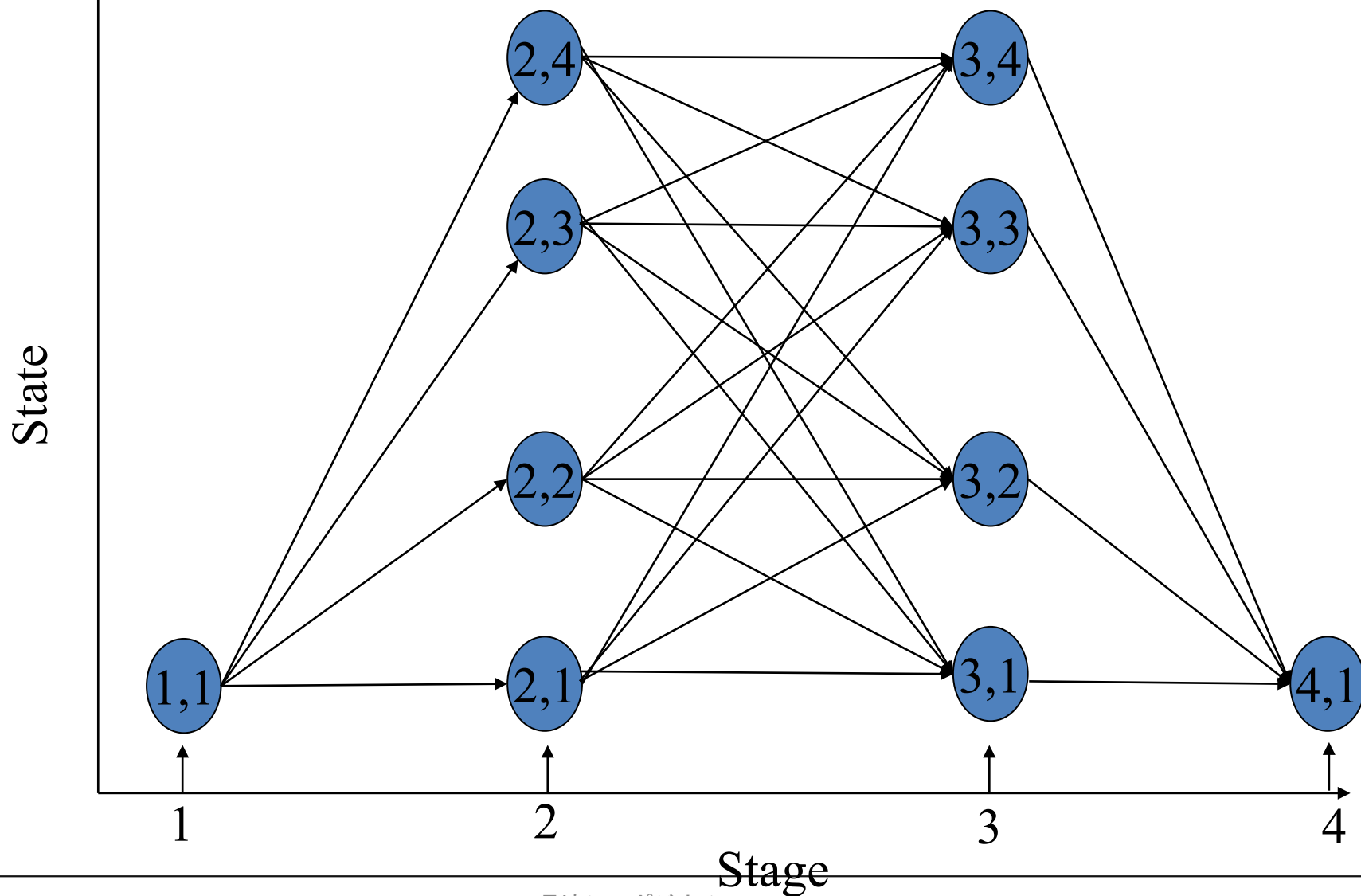


初項 NPV 、公比 $(1+r)^{-T}$ の無限等比級数

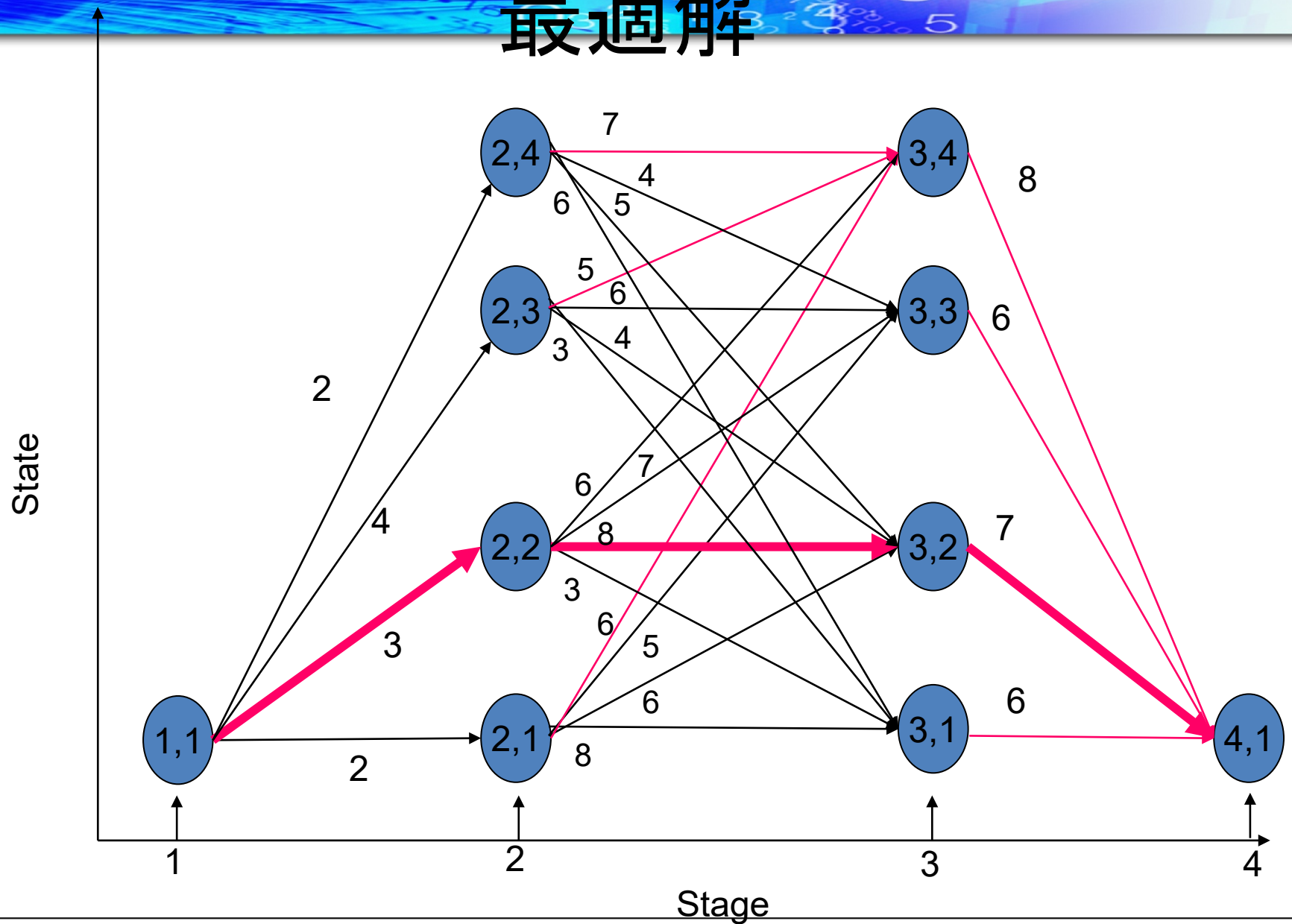
動的計画法：間伐戦略の探求



動的計画法ネットワーク



最適解



動的計画法定式化

- 期間内のアクションによって得られる総収益の最大化

$$f_n^*(s_n) = \max_{\{x_n\}} \{f_n(s_n, x_n)\}$$

$$f_n(s_n, x_n) = c(s_n, x_n) + f_{n+1}^*(x_n)$$

N : 期間

s_n : 状態

x_n : n 期における決定変数

x_n^* : x_n の最適解

$f_n(s_n, x_n)$: 状態 s_n における決定 x_n の貢献

$c(s_n, x_n)$: 状態 s_n において決定 x_n を選択した際の部分目的関数値

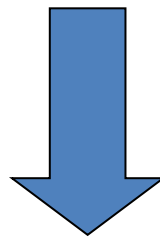
$f_n^*(s_n)$: 状態 s_n での最適値

富山冠雪害



林分レベル最適化モデルの応用例

- 収益増加のための間伐方法探求
- 補助金効果分析
- 税金効果分析
- 複合経営最適化(混牧林・混交林)
- 水源涵養林の構築

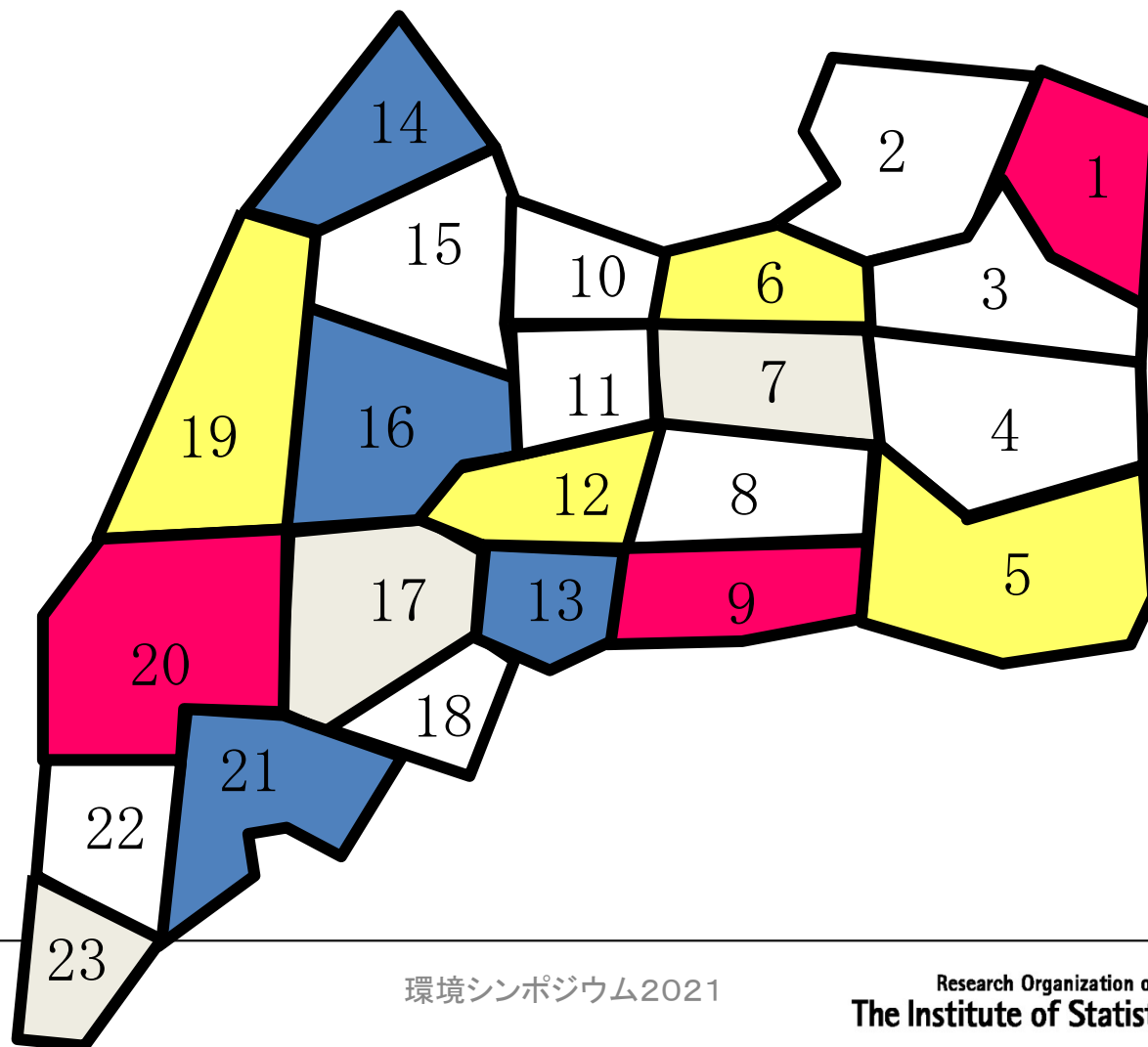


最適間伐時期・量及び主伐期の探求

森林レベルでの管理：広域的・長期的・持続的



複数林分の森林レベル 制御時期, 場所, 強度: 時空間を考慮



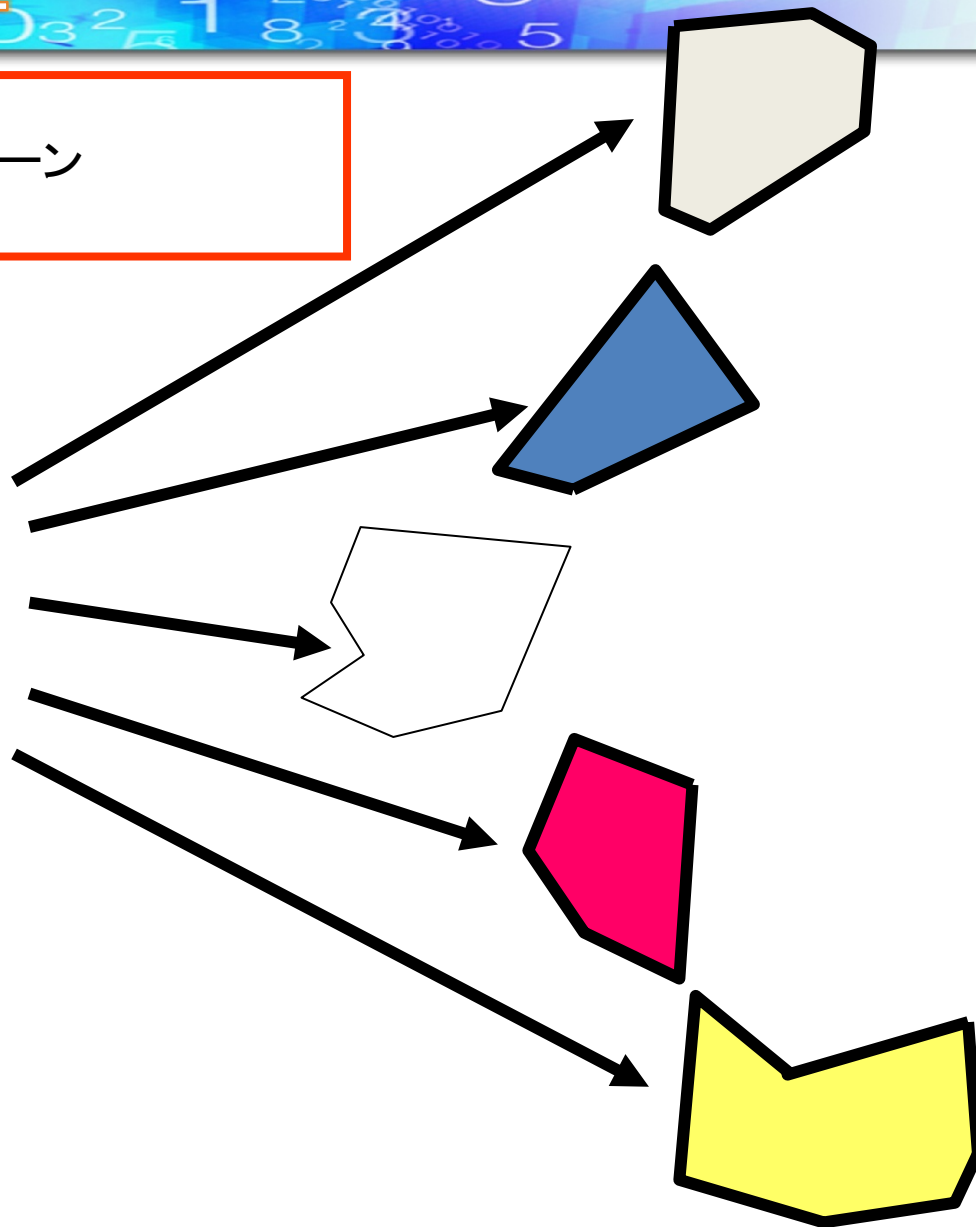
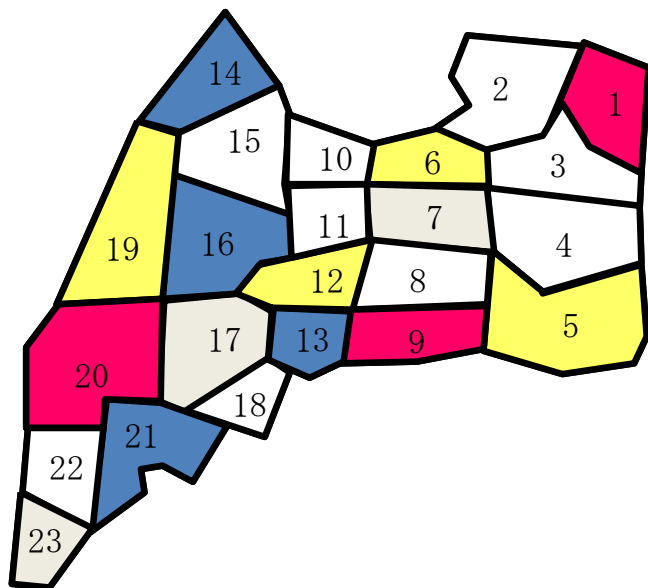
最適解探求には最適化の枠組みで定式化

- 決定変数を決める
- 必要な係数を推定する(予測値など)
- 最適化の目的を決める
- 制約条件を列挙する
 - 土地利用に関わる制約
 - 生産量に関わる制約
 - など

線形計画法のアプローチ

同種
同齡

→ 同じ成長パターン



決定変数: 施業

各期にどれだけの伐採

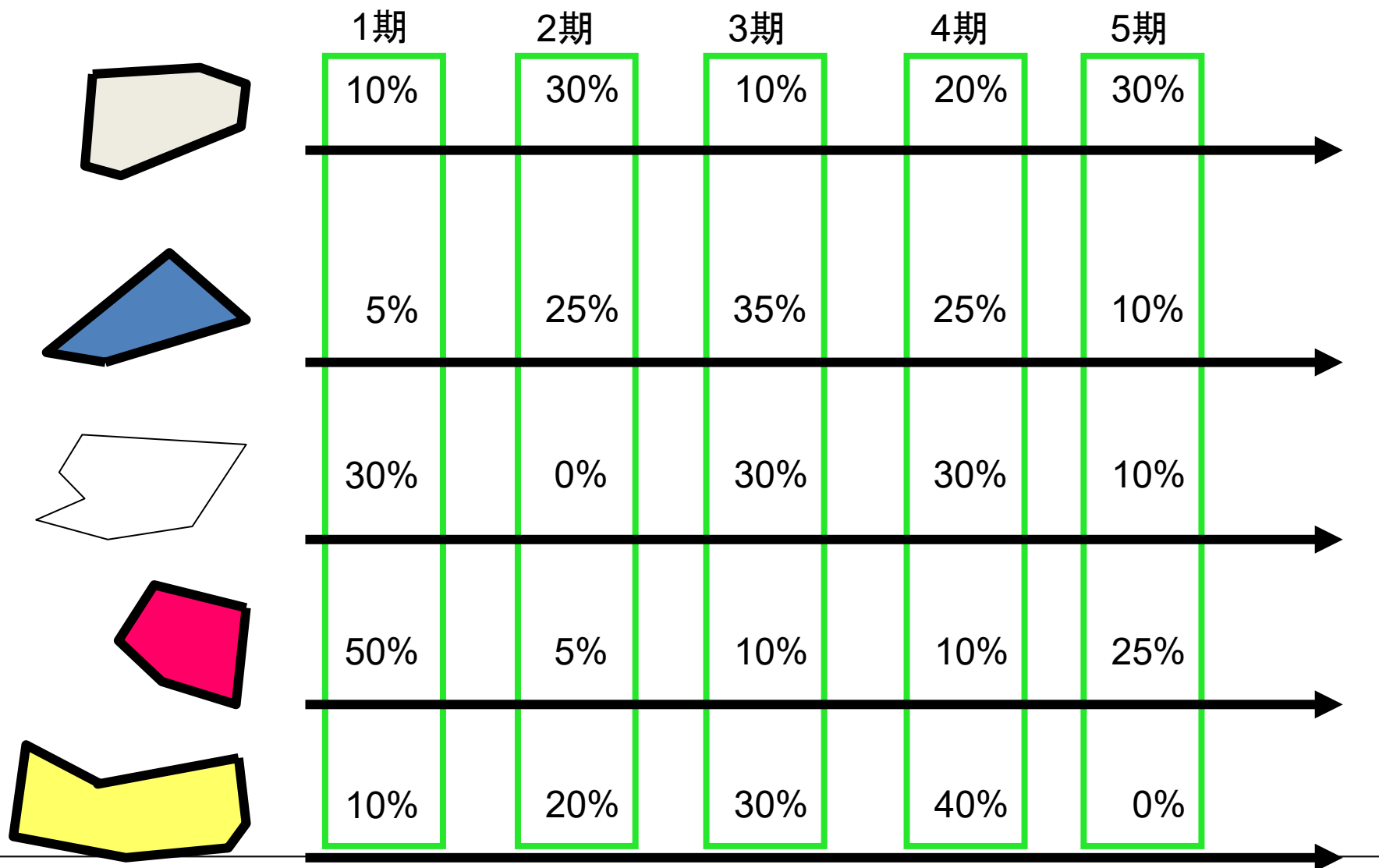
$x_{i,5}$	-	-	-	-	X
$x_{i,4}$	-	-	-	X	-
$x_{i,3}$	-	-	X	-	-
$x_{i,2}$	-	X	-	-	-
$x_{i,1}$	X	-	-	-	-

1期 2期 3期 4期 5期

期間

$\sum_j x_{i,j} \leq 1$

各分類でいつ、どれだけ？



線形計画法による定式化

Max PNV

$$\max Z = \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^H c_{ih} \cdot x_{ih}$$



最適化ソフトウェア使用
Cplex, Gurobi, Scip
(Academic Free)

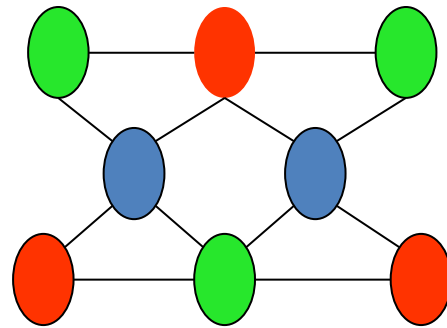
st.

$$\sum_{i=1}^m x_{ih} \leq 1 \quad \text{土地利用制約}$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^H v_{ih}^{(p)} \cdot x_{ih} = v_0, p = 1, \dots, T$$

生産量制約

森林ランドスケープと環境の時代

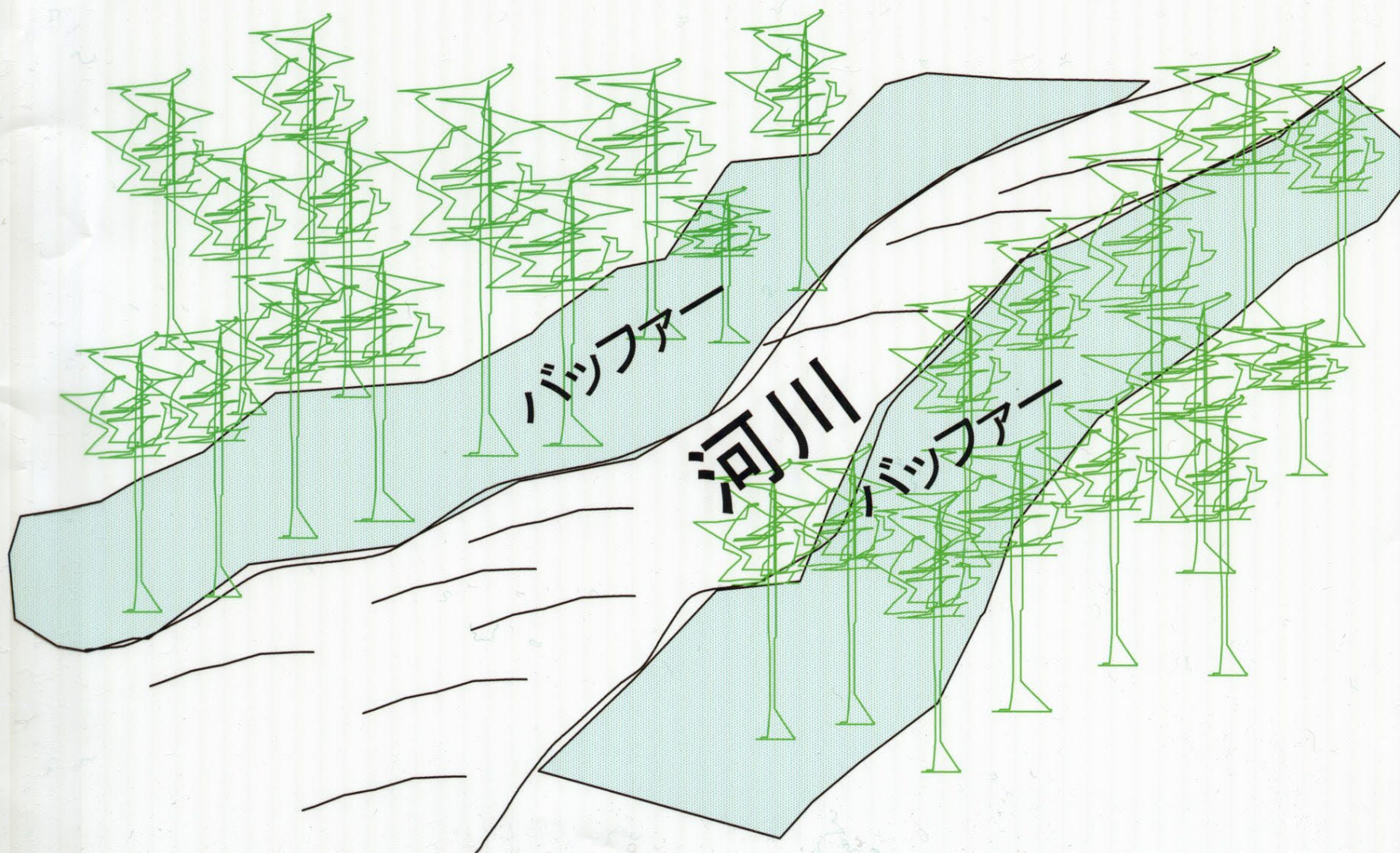


隣接林分での同時施業の回避

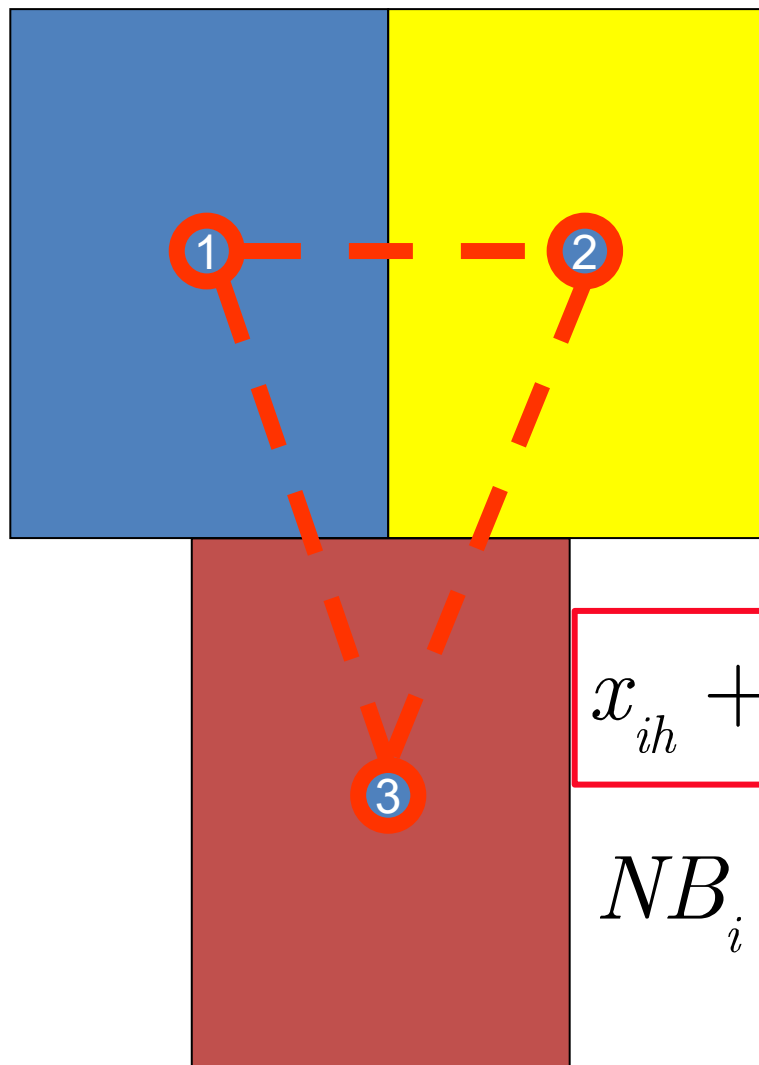
例: 林縁効果 グリーン・アップ制約



陸水生態系維持のための流域管理



隣接関係



$$x_{ih} = \begin{cases} 1 & i\text{林分へ}h\text{施業を施す場合} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

$$x_{ih} + x_{jh} \leq 1, \quad \forall i, j \in NB_i, h \neq 0$$

NB_i : i 林分に隣接する林分群

隣接制約による定式化

Max PNV

$$\max Z = \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^H c_{ih} \cdot x_{ih}$$

st.

$$X \mathbf{1}_h \leq \mathbf{1}_m$$

土地利用制約

$$(1 - \alpha)v_0 \leq \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^H v_{ih}^{(p)} \cdot x_{ih} \leq (1 + \alpha)v_0, \quad p = 1, 2, \dots, T$$

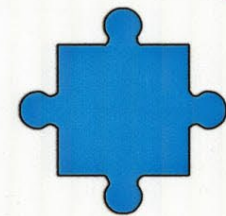
生産量制約

$$x_{ih} + x_{jh} \leq 1, \quad \forall i, j \in NB_i$$

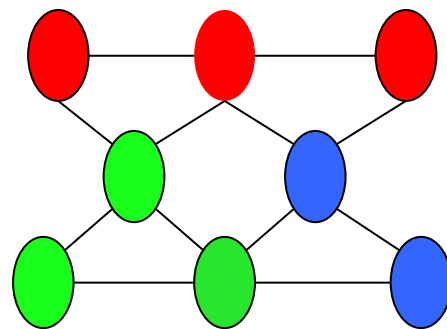
隣接制約



Wildlife Management
Animal Corridor
Landscape Management



集約の時代



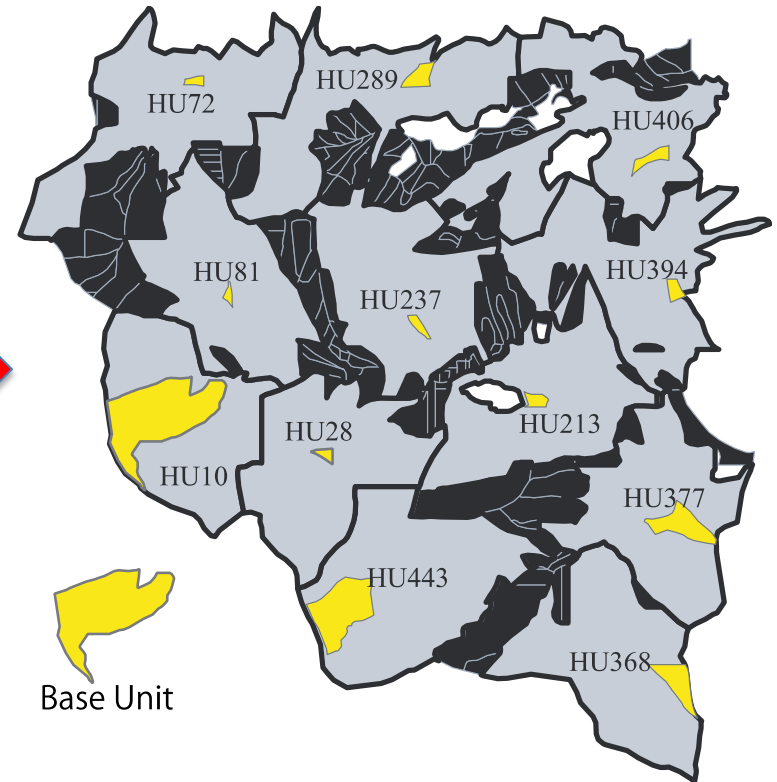
集約林分内での同時施業

分断化 vs. 団地化

野生動植物管理のための集約化



分断化された林分

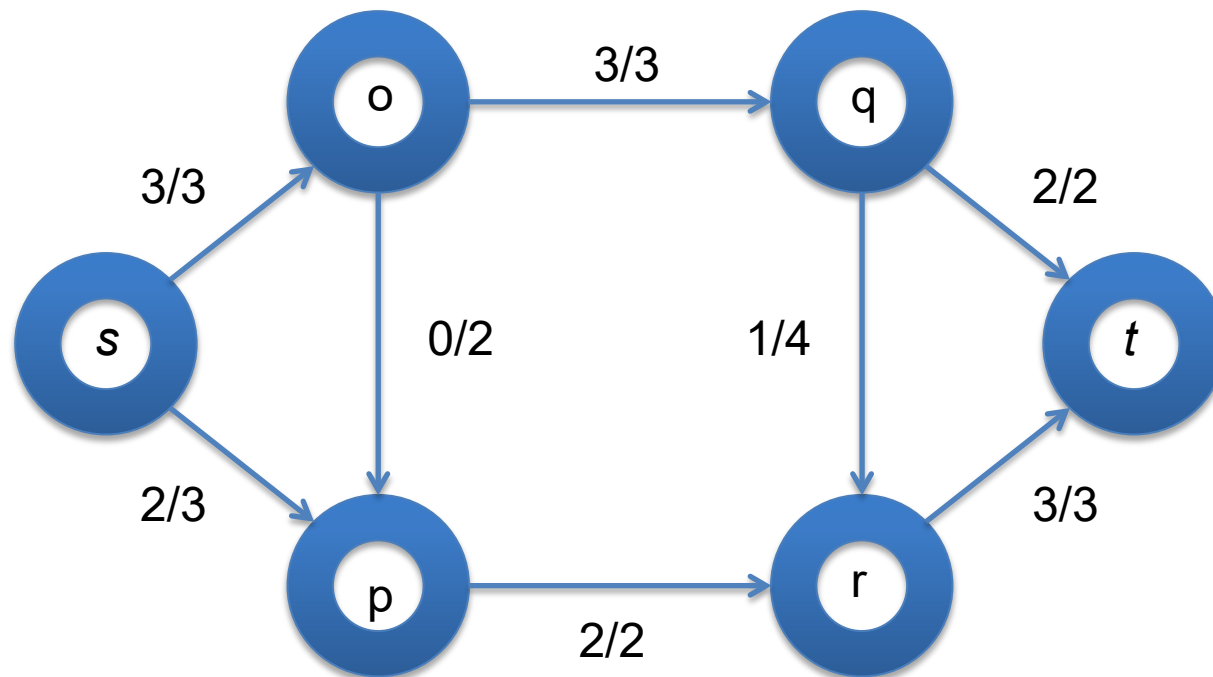


集約による団地化

最大フロー問題

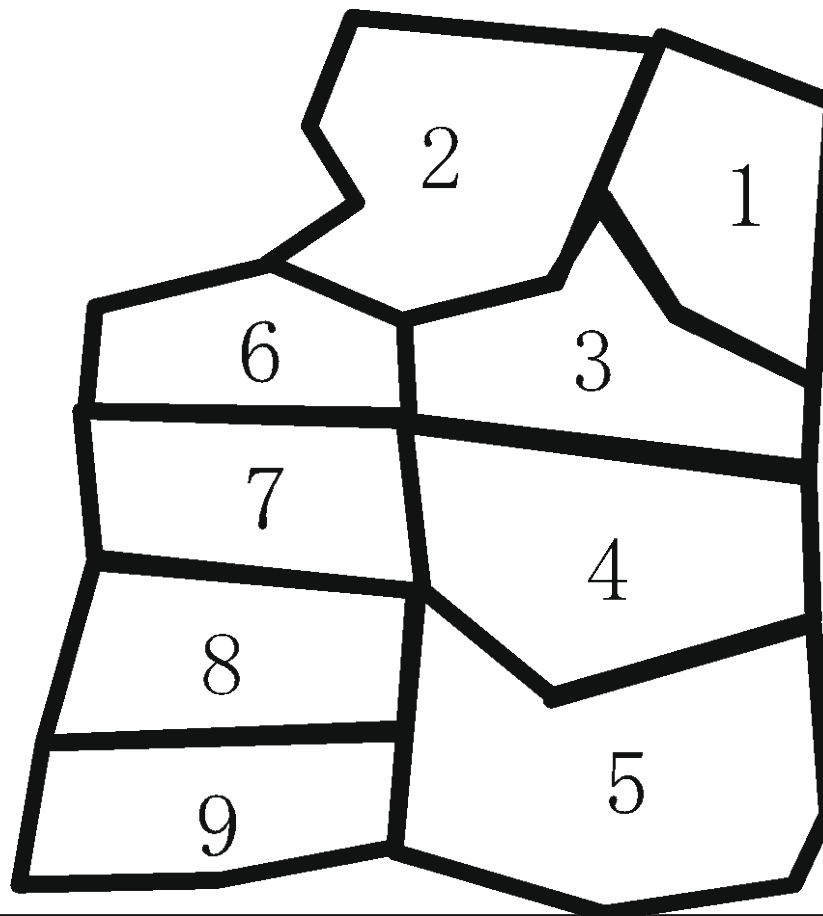
- 最大フロー問題または最大流問題（英：Maximum flow problem）とは、単一の始点から単一の終点へのフローネットワークで最大となるフローを求める問題。単にフローの最大値を求める問題と定義されることも。

(<https://ja.wikipedia.org/wiki/最大フロー問題>)

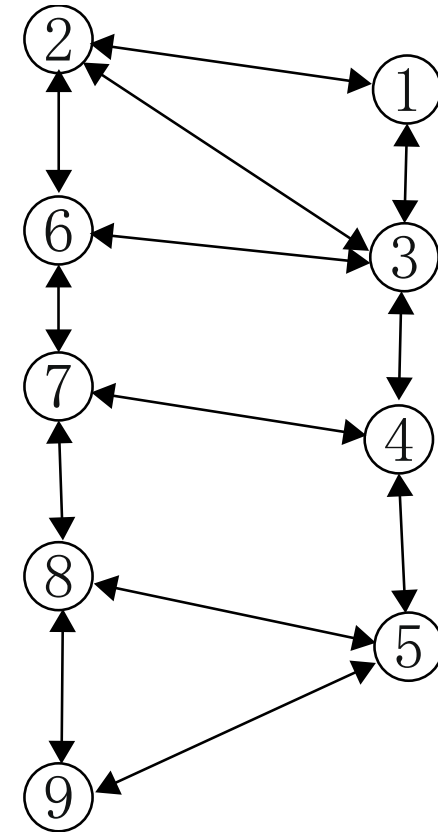
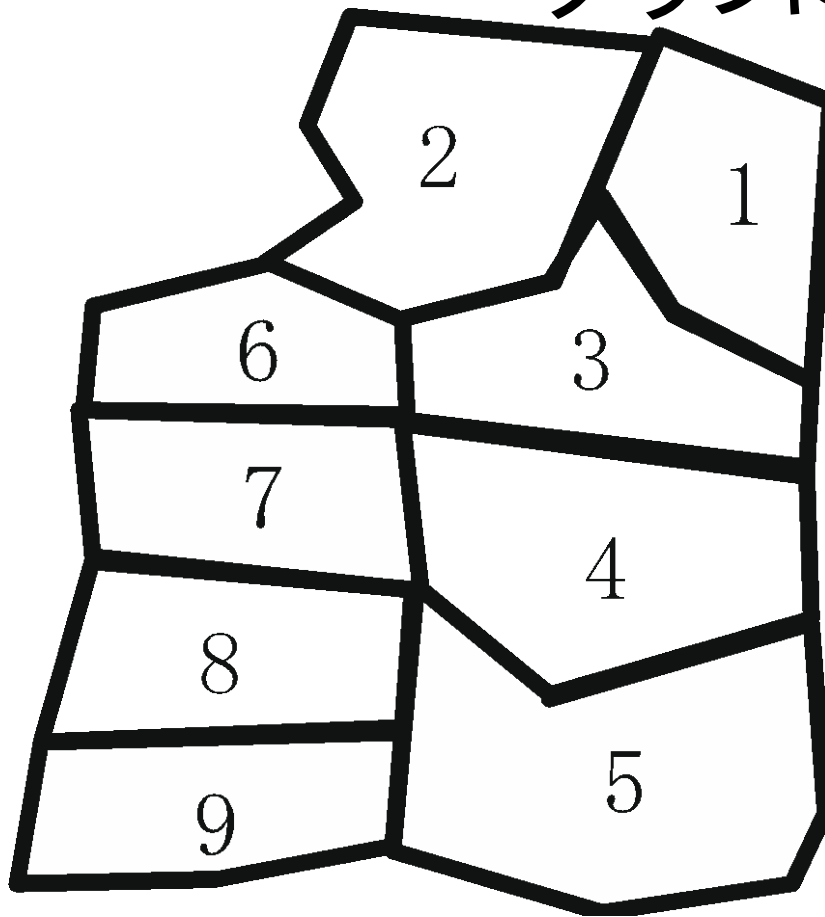


最大フローのネットワーク
“s” から“t”までの最大化

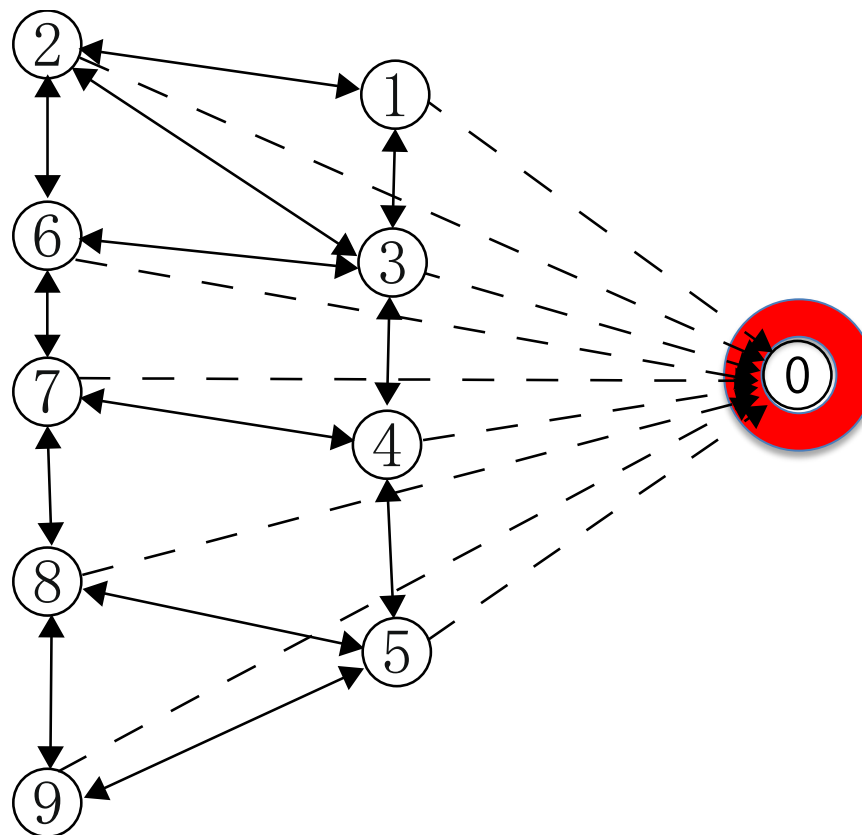
最大フロー $\Leftrightarrow$ 集約 森林地図



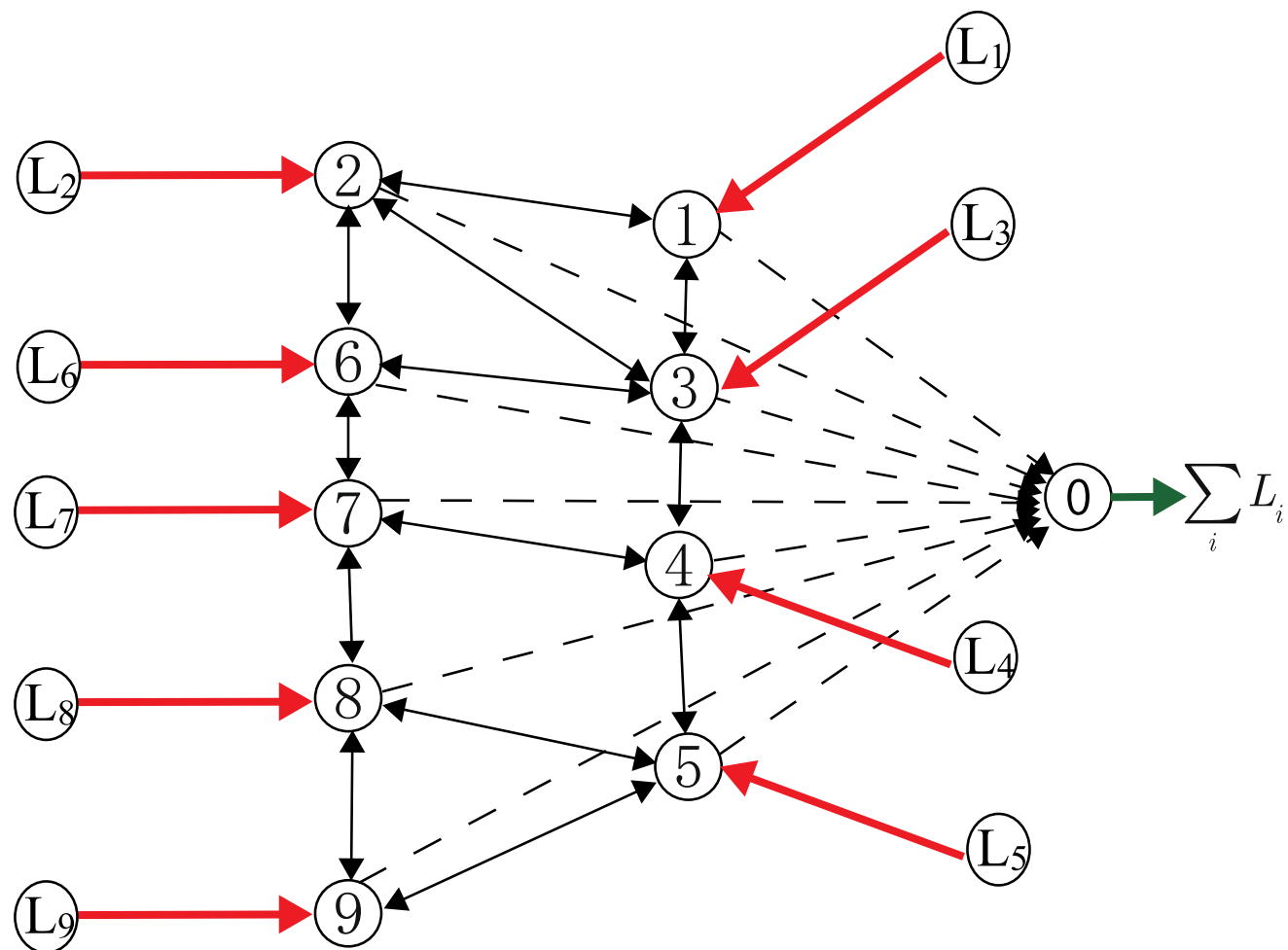
隣接 = 双方向フロー連結 グラフによる抽象化



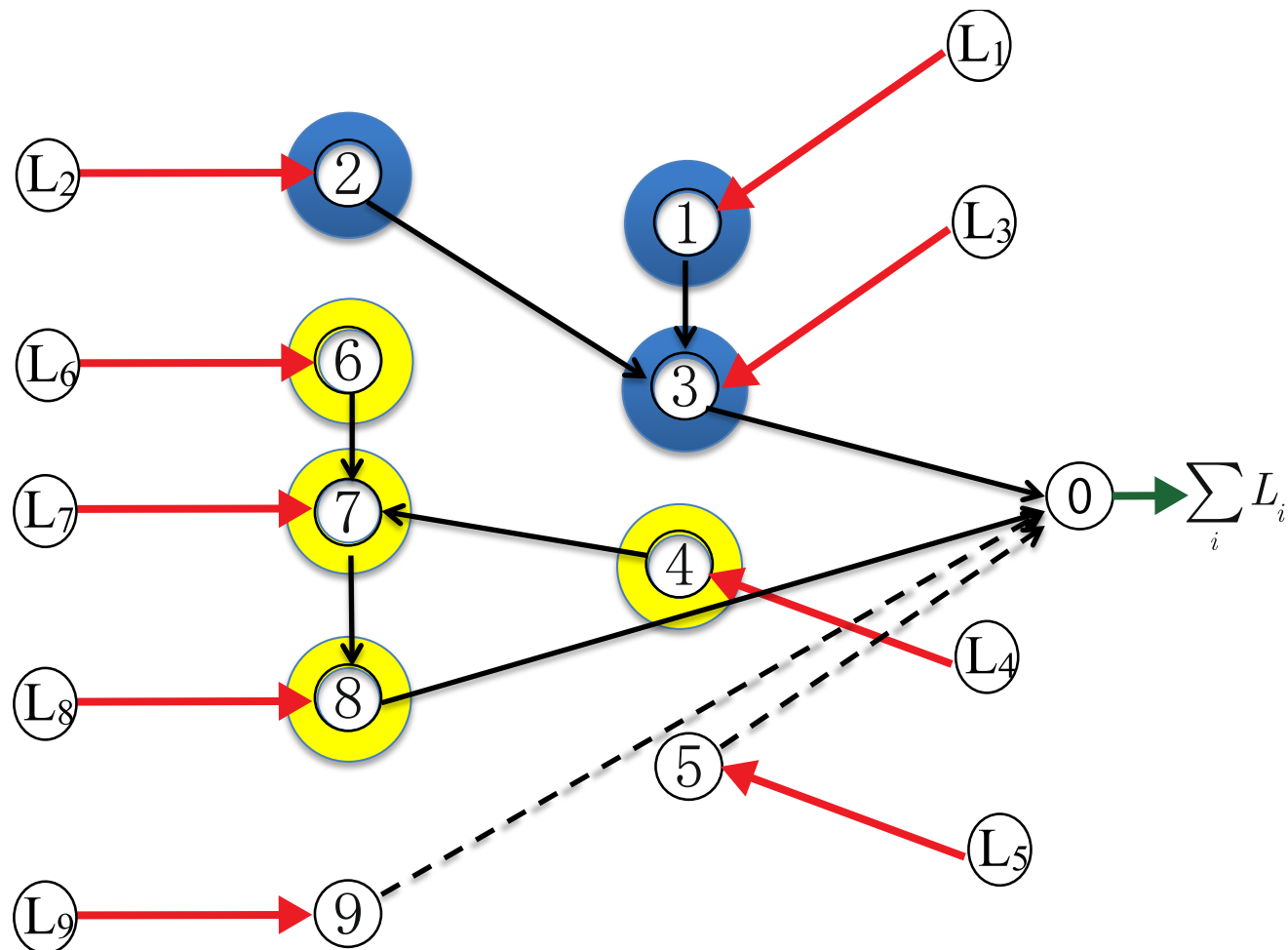
終点としてのスパースノード “0”



林分面積はノードへのフロー



例 “個別” vs “集約”



最大フロー制約

$$y_{ij} + y_{ji} \leq 1, \quad \forall i, j \in NB_i$$

$$y_{i0} + \sum_{j \in NB_i} y_{ij} = 1, \quad \forall i$$

$$w_{ij} \leq \bar{L} \cdot y_{ij}, \quad \forall i, j \in NB_i$$

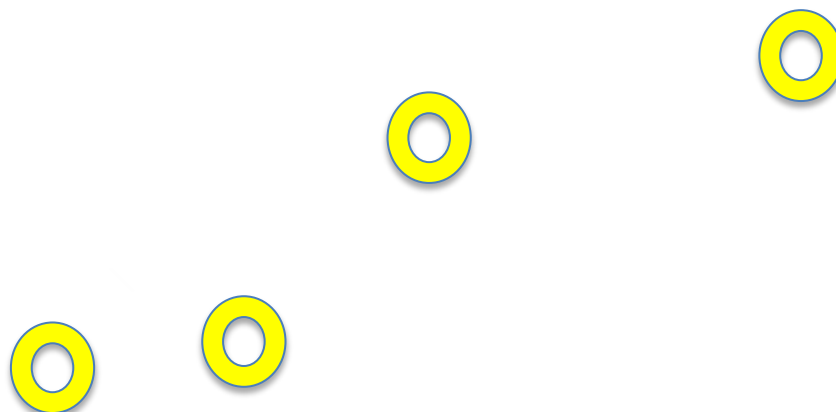
$$w_{i0} + \sum_{j \in NB_i} w_{ij} = \sum_{j \in NB_i} w_{ji} + L_i, \quad \forall i$$

$$\sum_{i=1}^m w_{i0} = \bar{L}$$

$$w_{i0} \leq L_i^{up}, \quad \forall i$$

$$\{y_{ij}\} \in \{0, 1\}, \{w_{ij}\} \geq 0$$

50ha 以下による集約



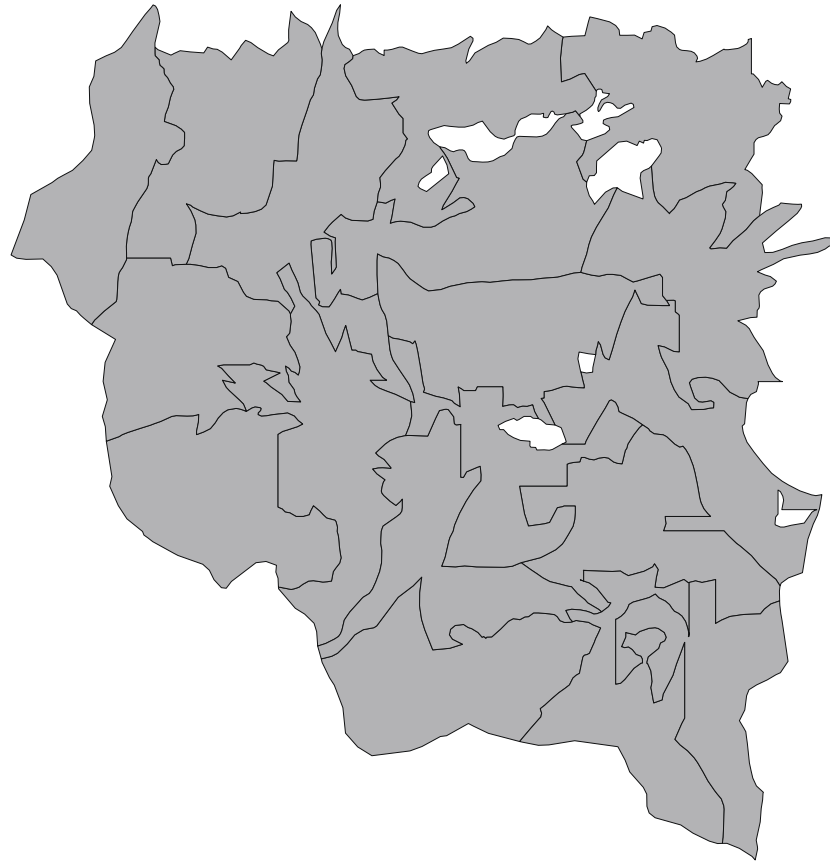
2.5

$$w_{4,0} = 48.9$$

$$w_{11,0} = 46.9$$

$$w_{14,0} = 46.5$$

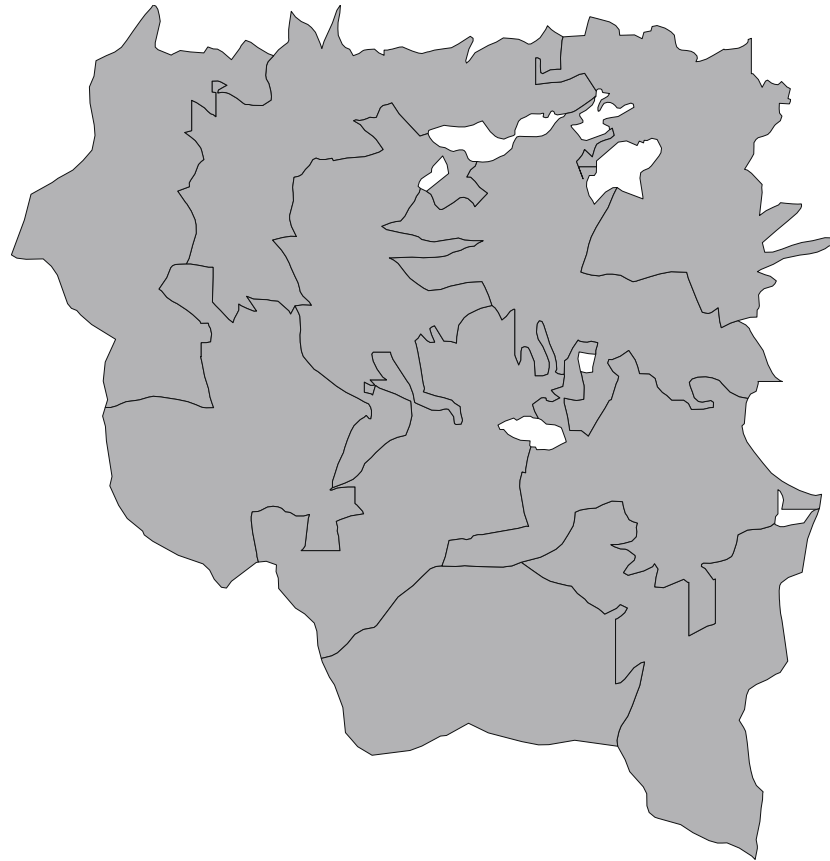
20ha ~ 30haの団地化



30ha ~ 40haの団地化



40ha ~ 50haの団地化



焦点集約

保護老齡林の孤立→周辺域との集約

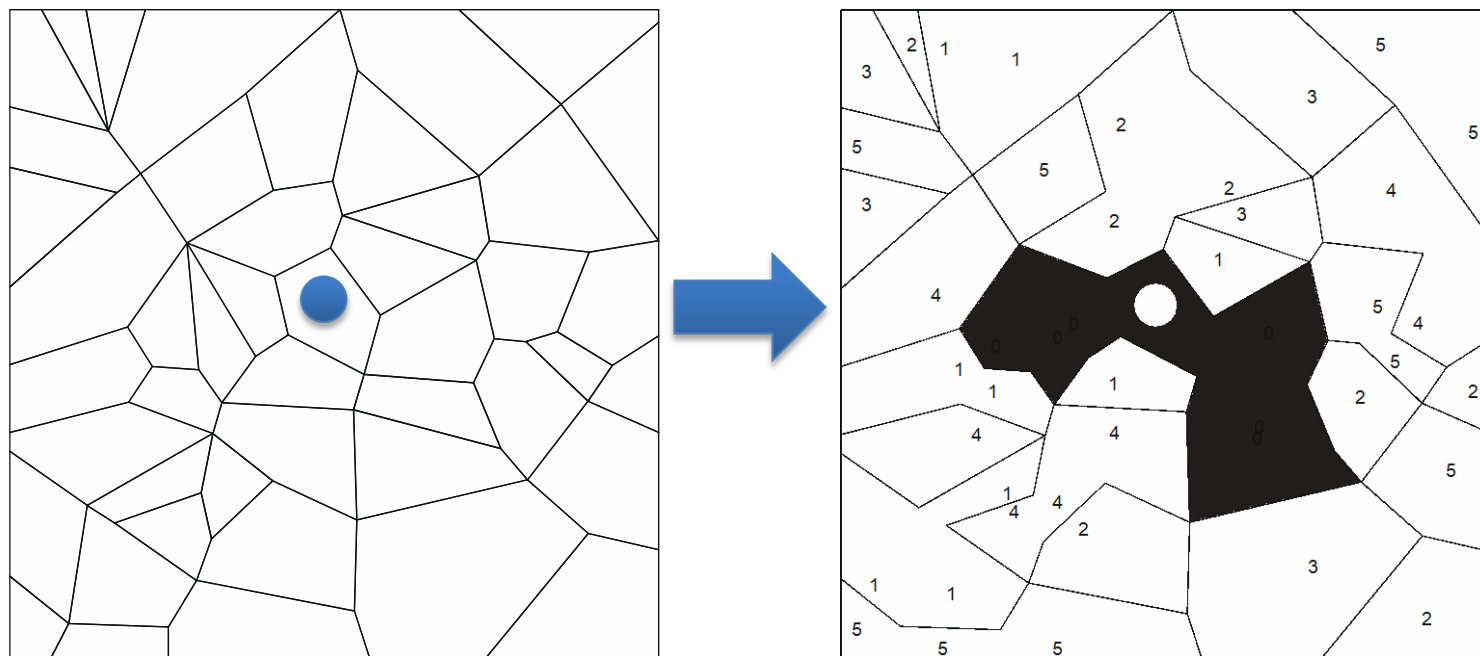


老齡林ゾーンの保護形成

$y_{i0} = 1, \forall i \in S^f, S^f$: 焦点群

$w_{i0} \geq L_{\min}^f, \forall i \in S^f, L_{\min}^f$: 焦点集約最小面積

$x_{i0} = 1, \forall i \in S^f$





<https://y2y.net/you-can-help/take-action/protect-b-c-s-caribou-habitat>



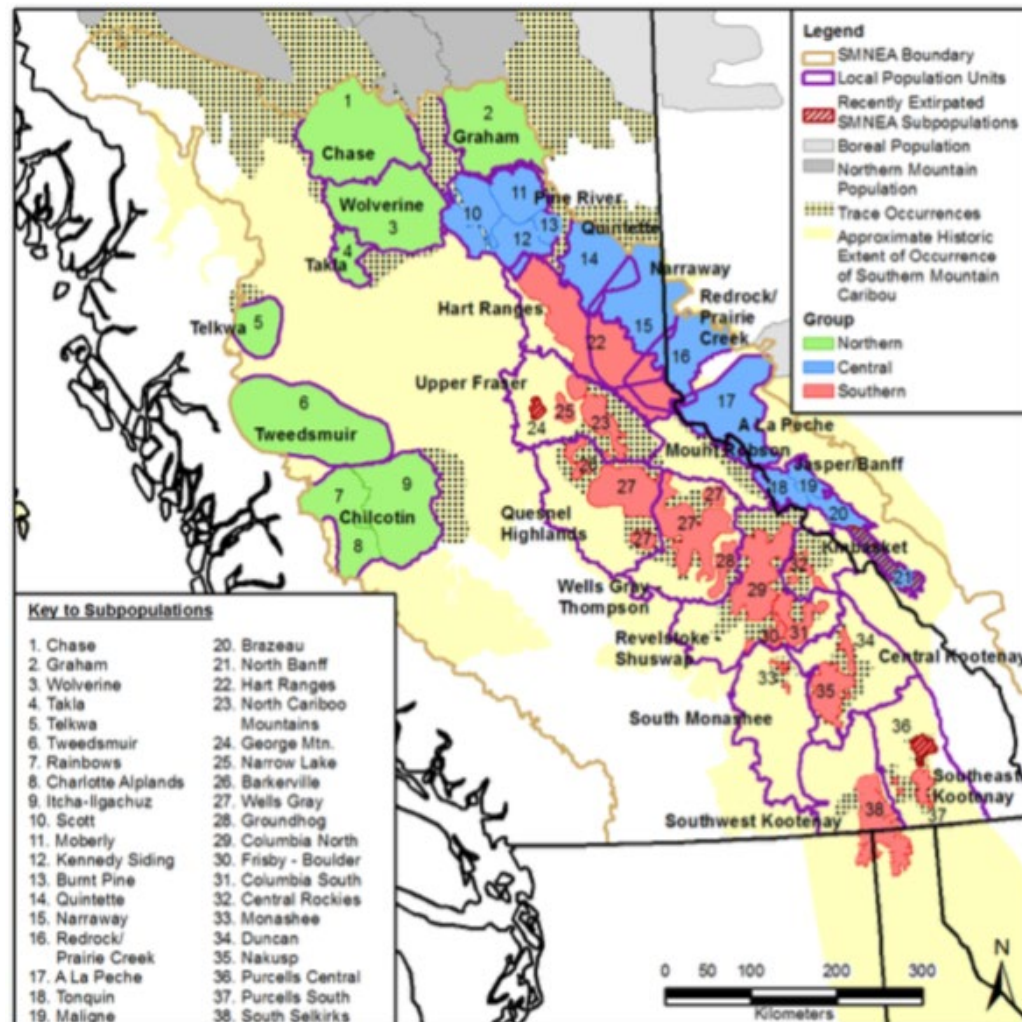


Figure 1. Current distribution of southern mountain caribou subpopulations and local population units.

Management recommendations include maintaining a significant amount of the area in old or mature forest, limiting harvest to lower-value caribou habitat and lower-use areas, access control, and application of silvicultural techniques that maintain or encourage recovery of forage and caribou passage.

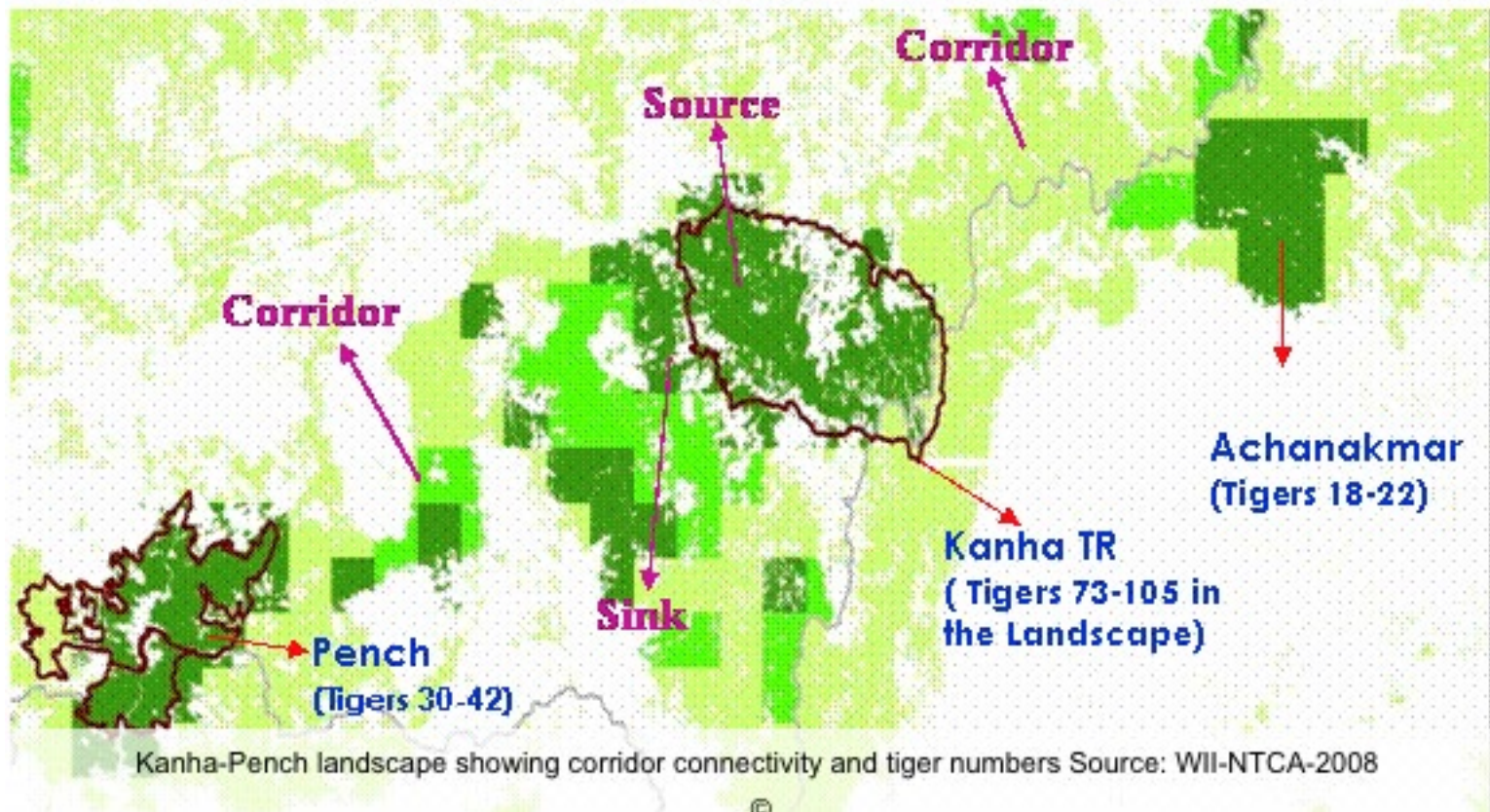
老齡林の維持、伐採箇所限定、カリブー移動経路の維持



<https://www.wwfindia.org/?5540/Fragmentation-threat-in-the-Kanha-Pench-Corridor>

Importance of corridors

Sub-adult male tigers are forced to move out of areas where they are born and find new territories. These dispersing sub-adult males are often the ones that manage to use a corridor and get to the adjacent protected area.



孤立した生息地

“Isolated habitat remnants in the wheat belt of Western Australia”



Figure 4 Isolated habitat remnants in the wheat belt of Western Australia. Isolation causes physical changes to habitat remnants, which in turn can lead to changes in species composition and population sizes. Photograph courtesy of CSIRO, Wildlife & Ecology.

Margules & Pressey
(2000) *Nature*

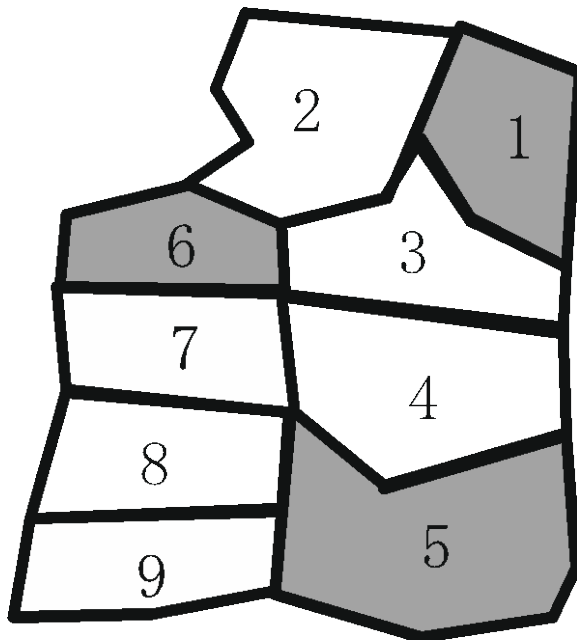
“Isolation causes physical changes to habitat remnants, which in turn can lead to changes in species composition and population sizes.”

“隔離は残された生息地に物理的な変化を引き起こし、例えば種の構成や個体数の大きさに変化をもたらす”

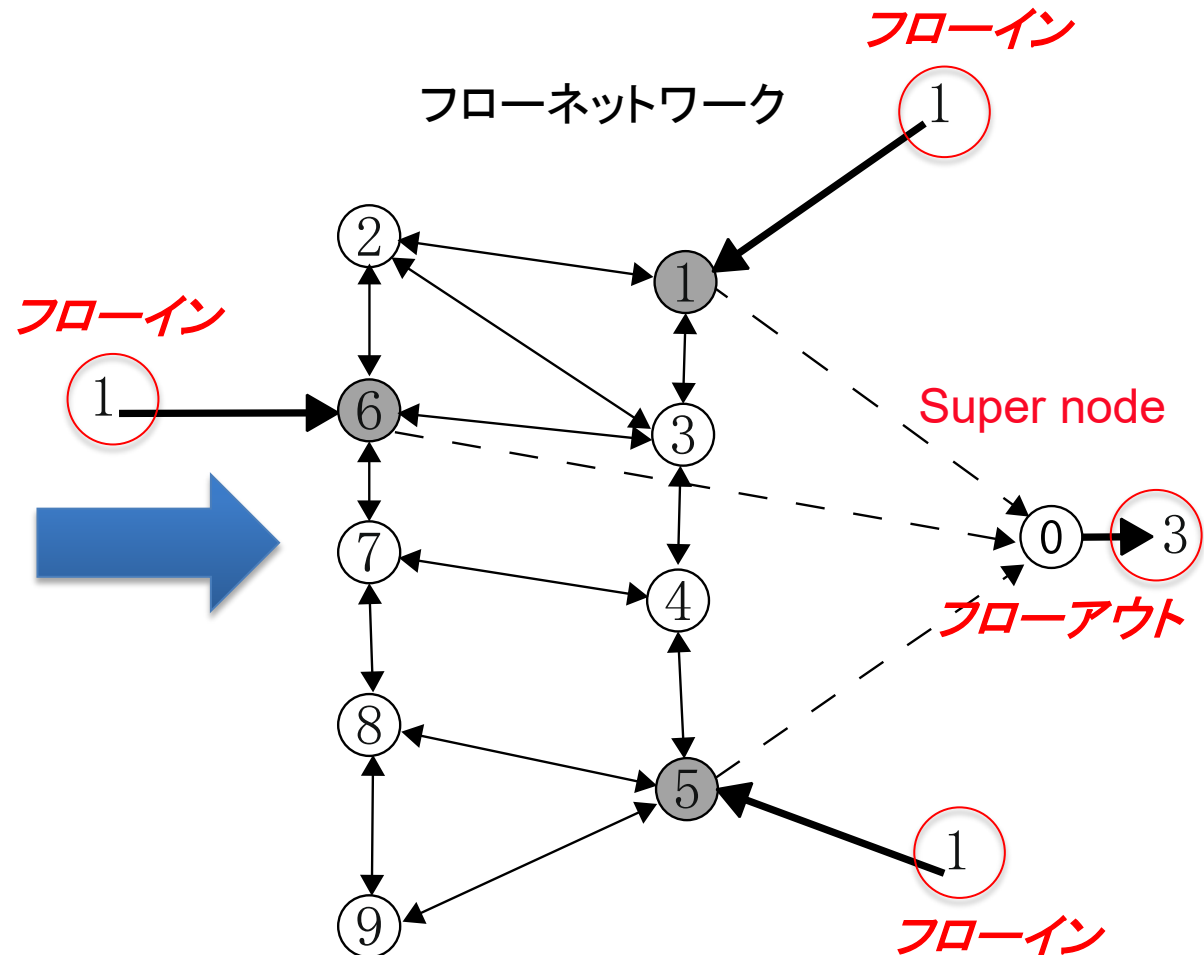
空間的な生息地連結

最大フローネットワーク

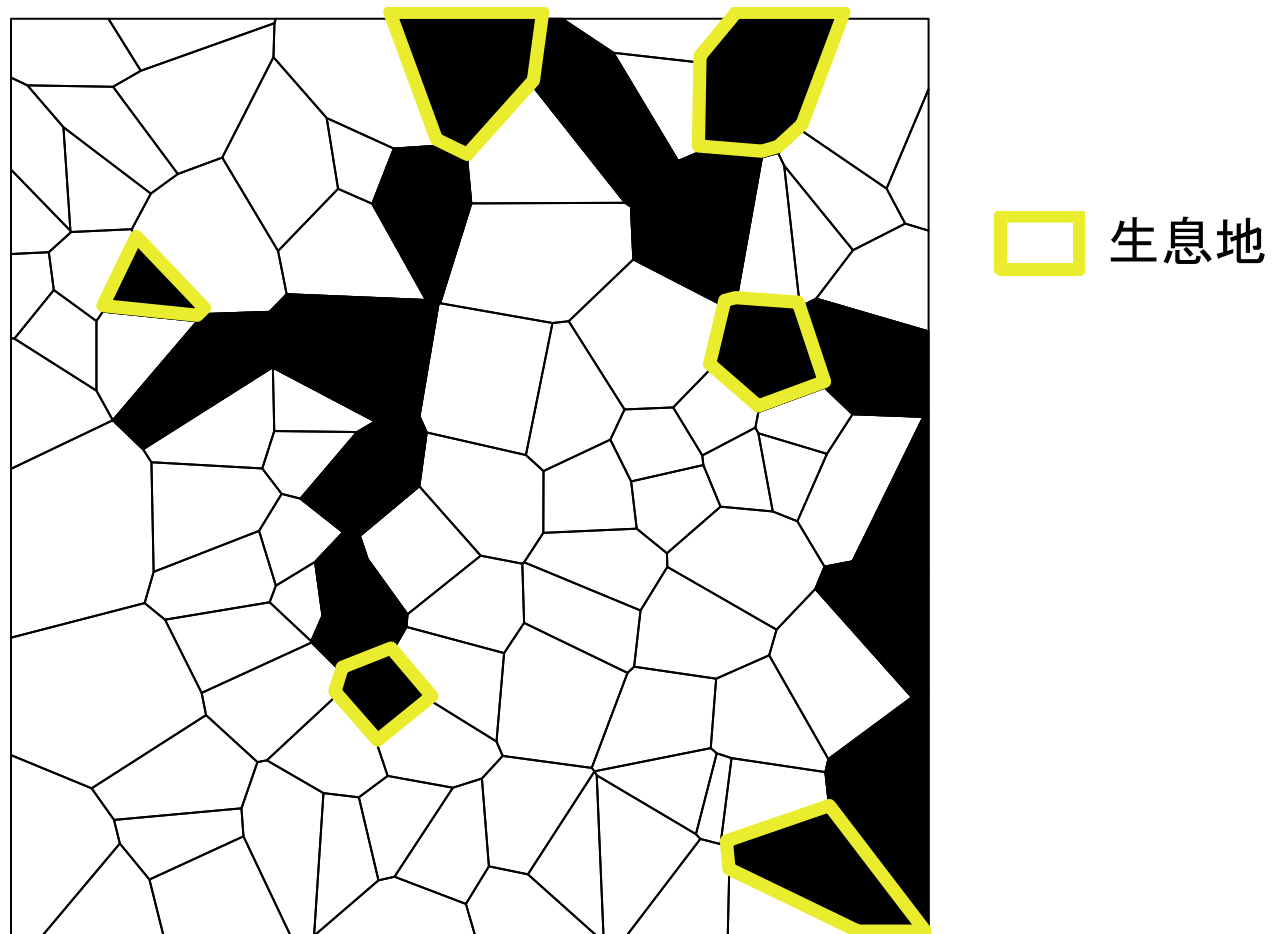
森林地図



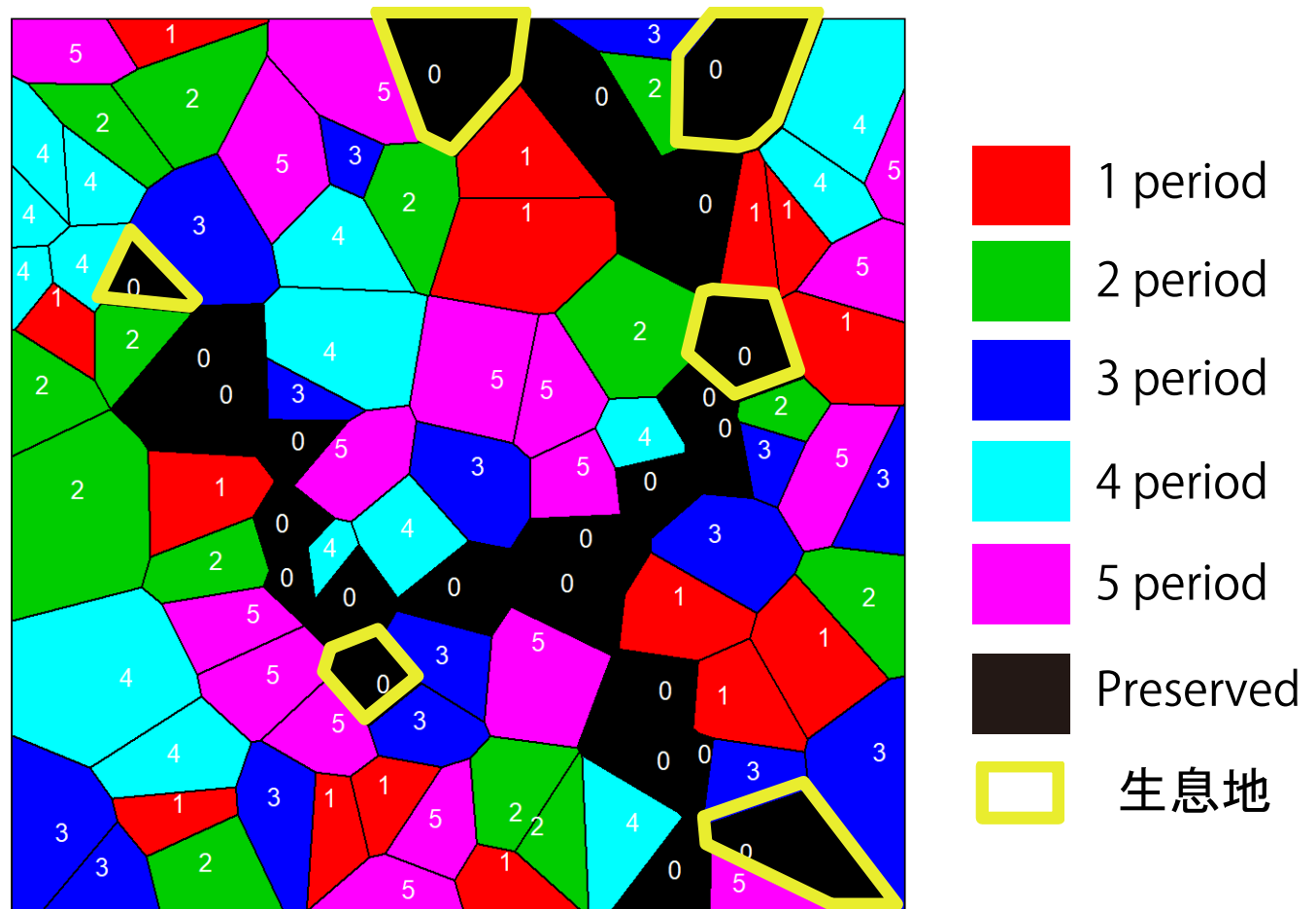
フローネットワーク



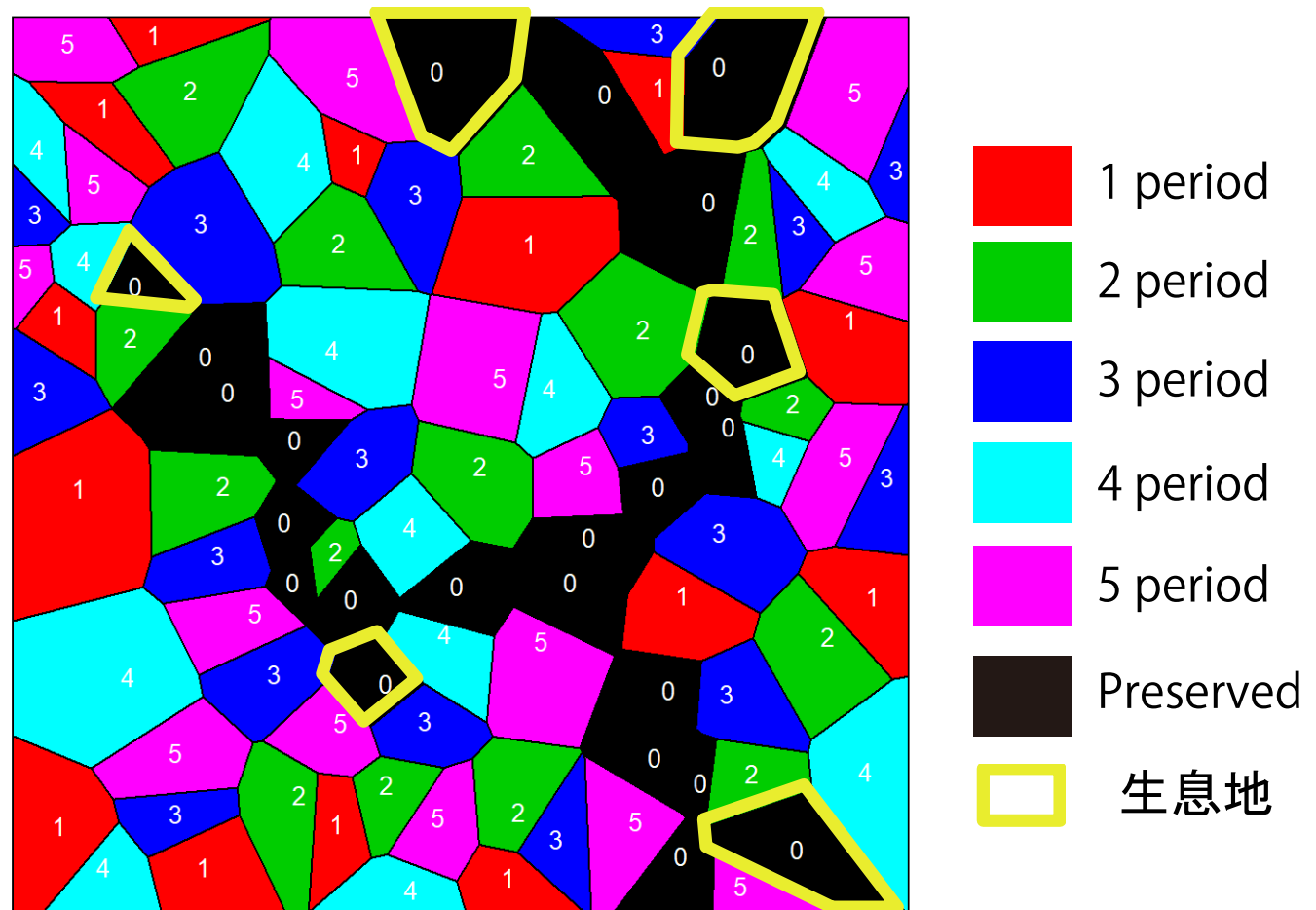
6箇所の生息地の連結



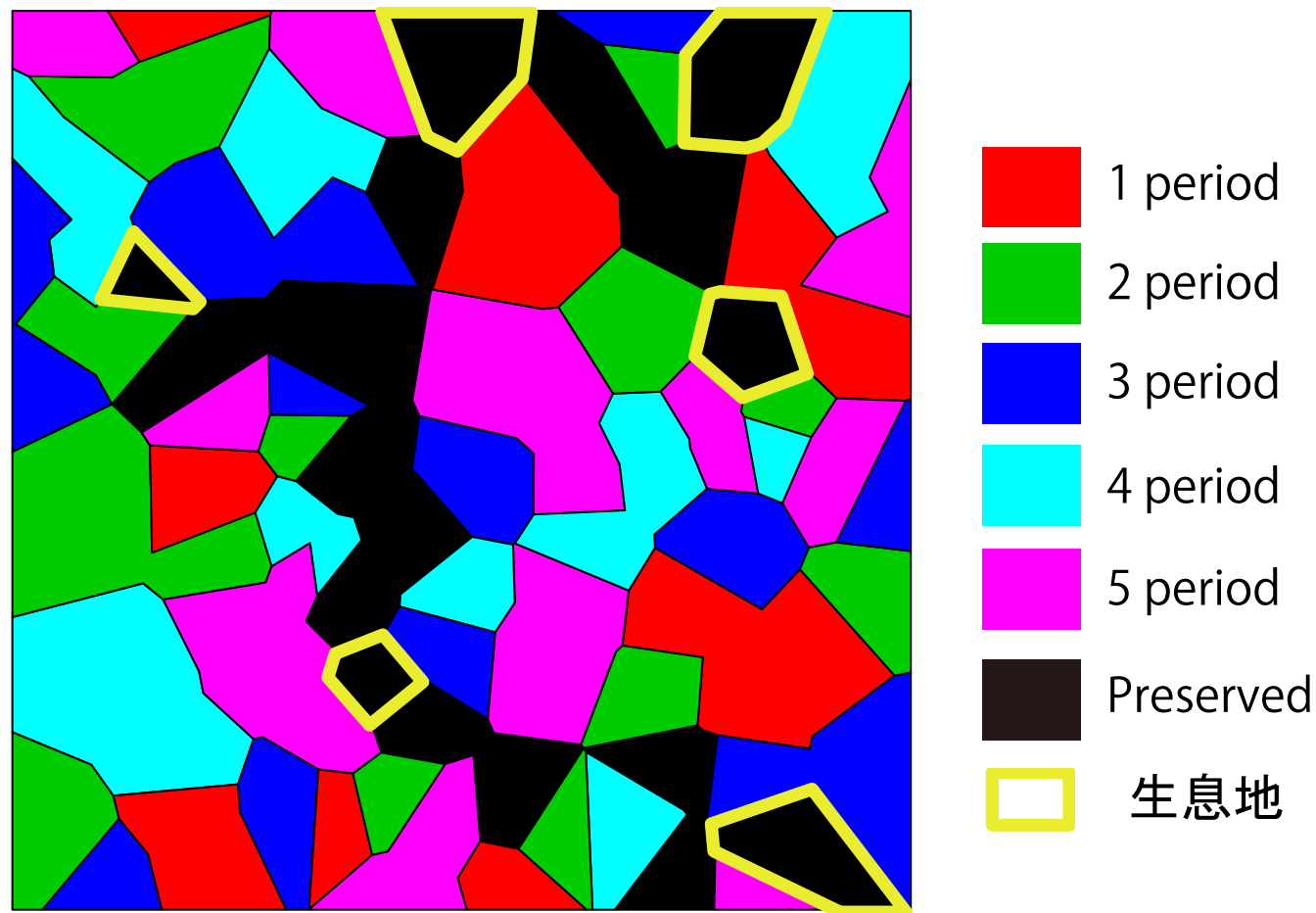
6つのユニットの連結と伐採



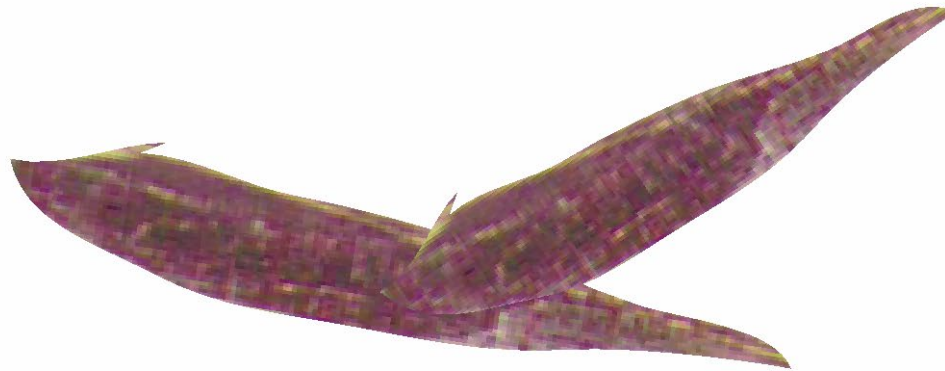
6つのユニットの連結と隣接



6つのユニットの連結と集約



生息地連結の評価



環境と数学：データサイエンス

環境への対応ー＞問題の複雑化
対応データ収集

