



森林資源管理と数理計画法

吉本 敦

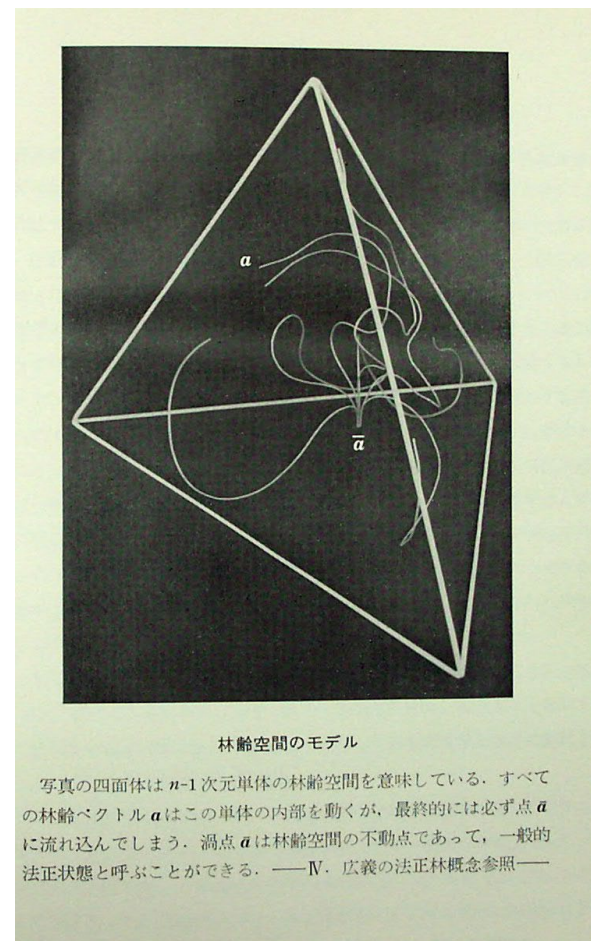
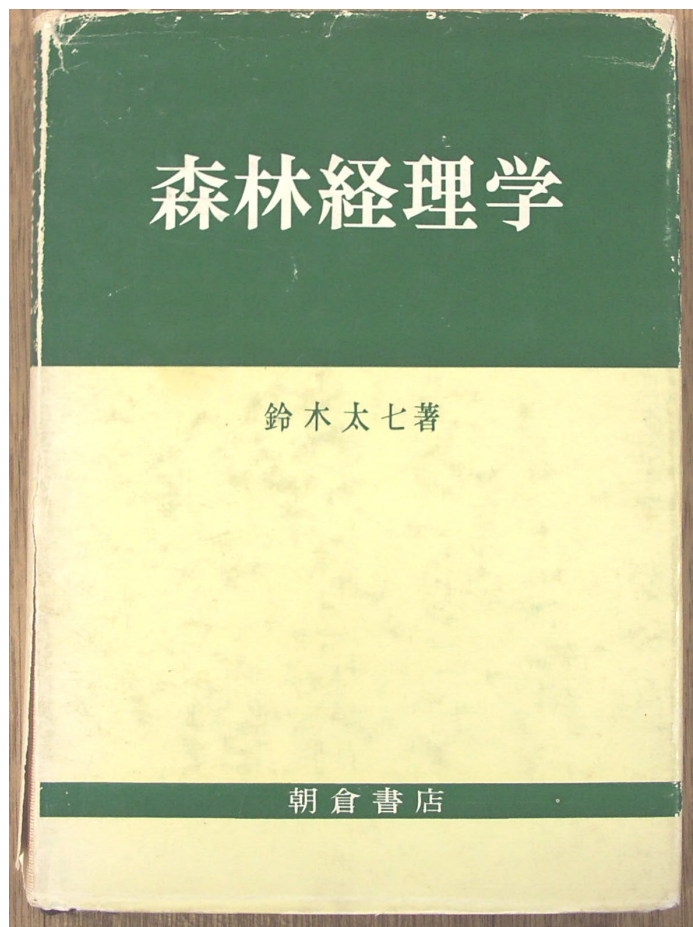
統計数理研究所

令和元年12月20日



別の意味での絶滅危惧”種” ～森林経営学～

数学好きな林学者による教科書



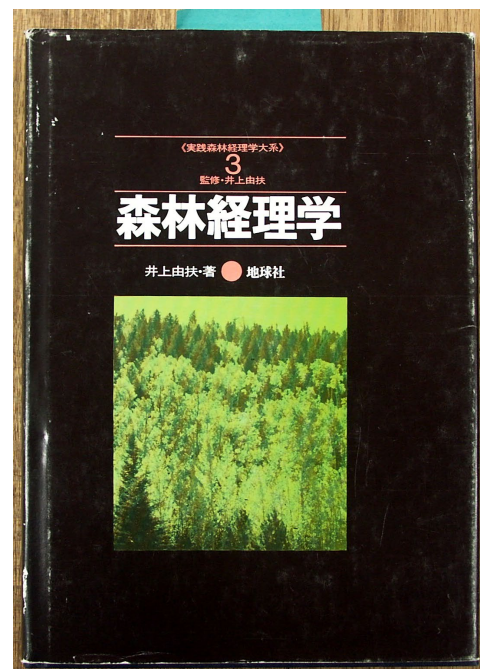
でも今は絶版



不動点定理の応用

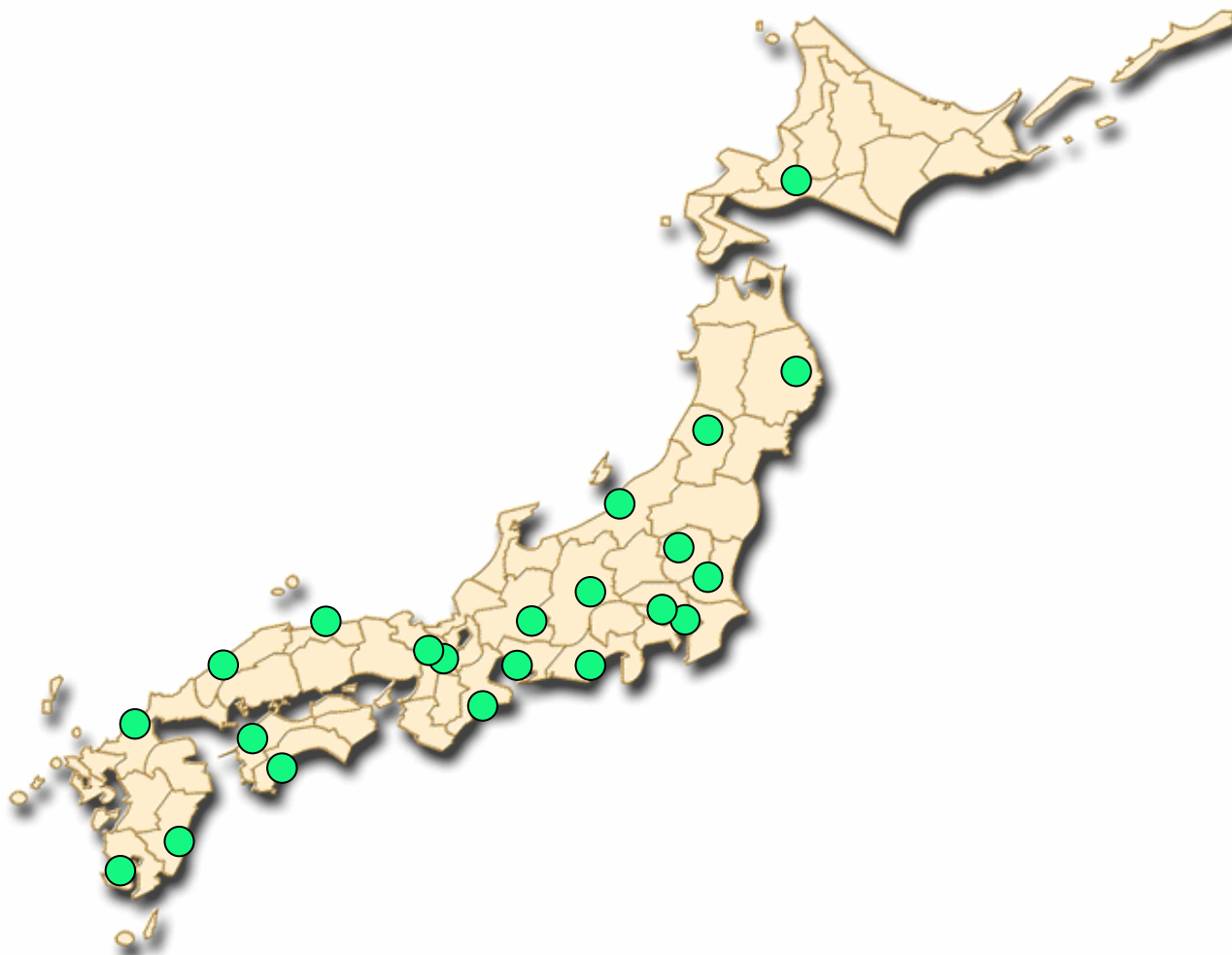
- 現在の伐採率を各齡級に適応し続ければ、
法正林に行き着く：“広義の法正林”

公務員を目指す人のために



でも公務員求人減少
教育目的の消滅

かつての森林経理系分野の分布



2021/12/24



現在：森林経理系分野の消滅？

Unknown-レッドリスト



彼らは何処へ

1980年代後半(私は海外)

森林・環境ブームによる変身の時代到来

林業試験場改名: 森林総合研究所

林学科改名: 森林科学科

業を見捨てた研究者
測ることに専念!



測樹学

GIS

リモセン

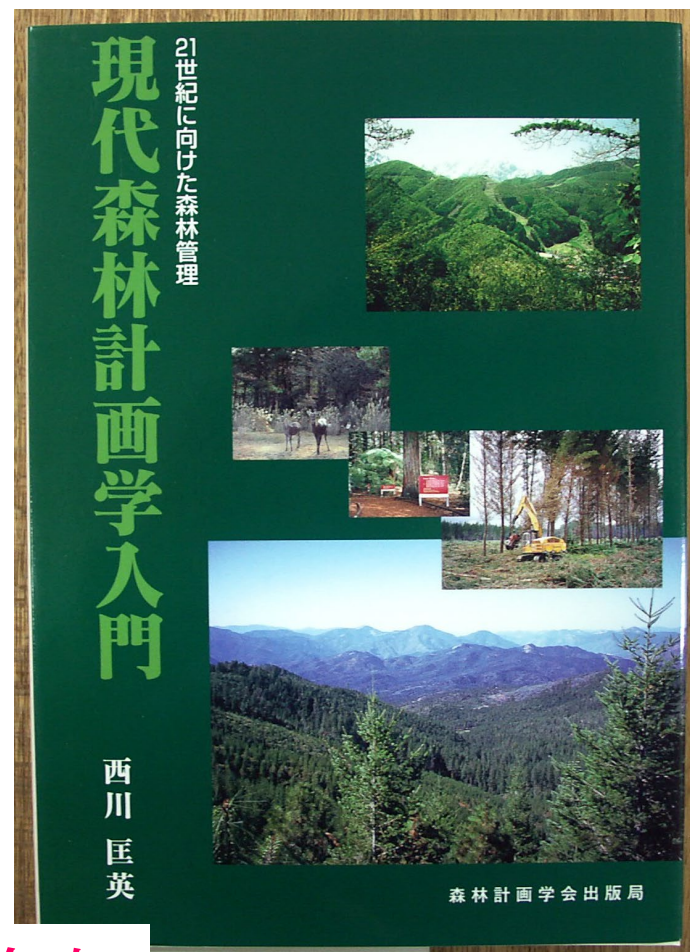
Lidar

森林認証

擬森林生態

聞き取り調査系

変身を遂げた森林経営学は今 森林計画学へ



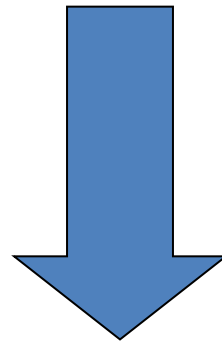
経済概念は欠如

そもそも森林経営学？

- “森林(Forest)”の“経営(Accounting)”ではないらしい
- ドイツ林業の“精神”を引きずっている？
- かつて大御所と言われた方々は哲学っぽく、現実からの逃避が顕著
- 現場からは“使えない”と言われっぱなし
- **経済学の知識皆無**
- 欧米的なForest Managementであるべき？

個人的には

- 森林を管理・経営していくために、数理的な方法・モデルの開発・展開



直感ではなく、**理論的な方法論**の展開により、時代のニーズに対応すべく森林資源の管理を行う

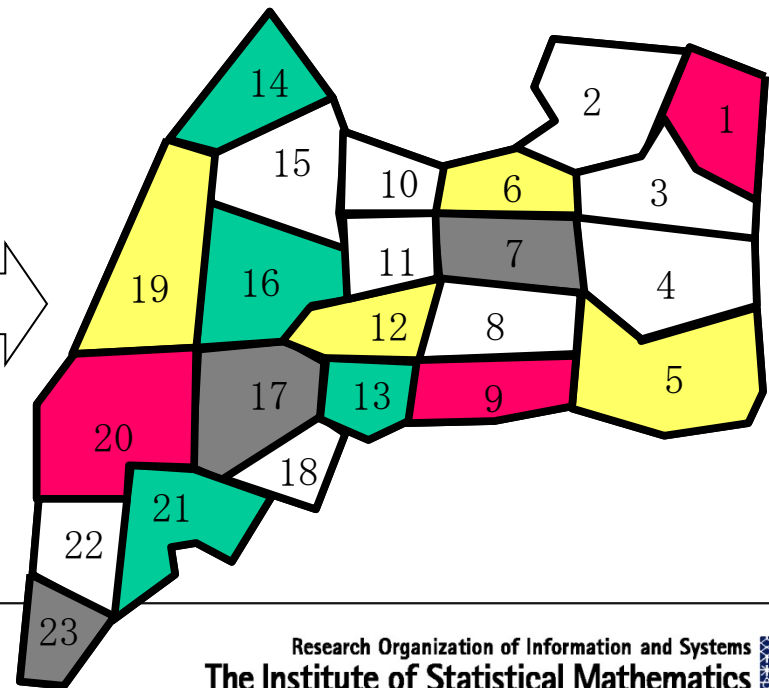
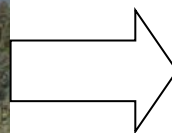
・生態系維持，炭素固定，その他もろもろ

生態系の
方々の情報
がインプット
に

現実の抽象化により
問題の定式化
最適解の探求
解の実行
経済分析
政策提言



費用便益

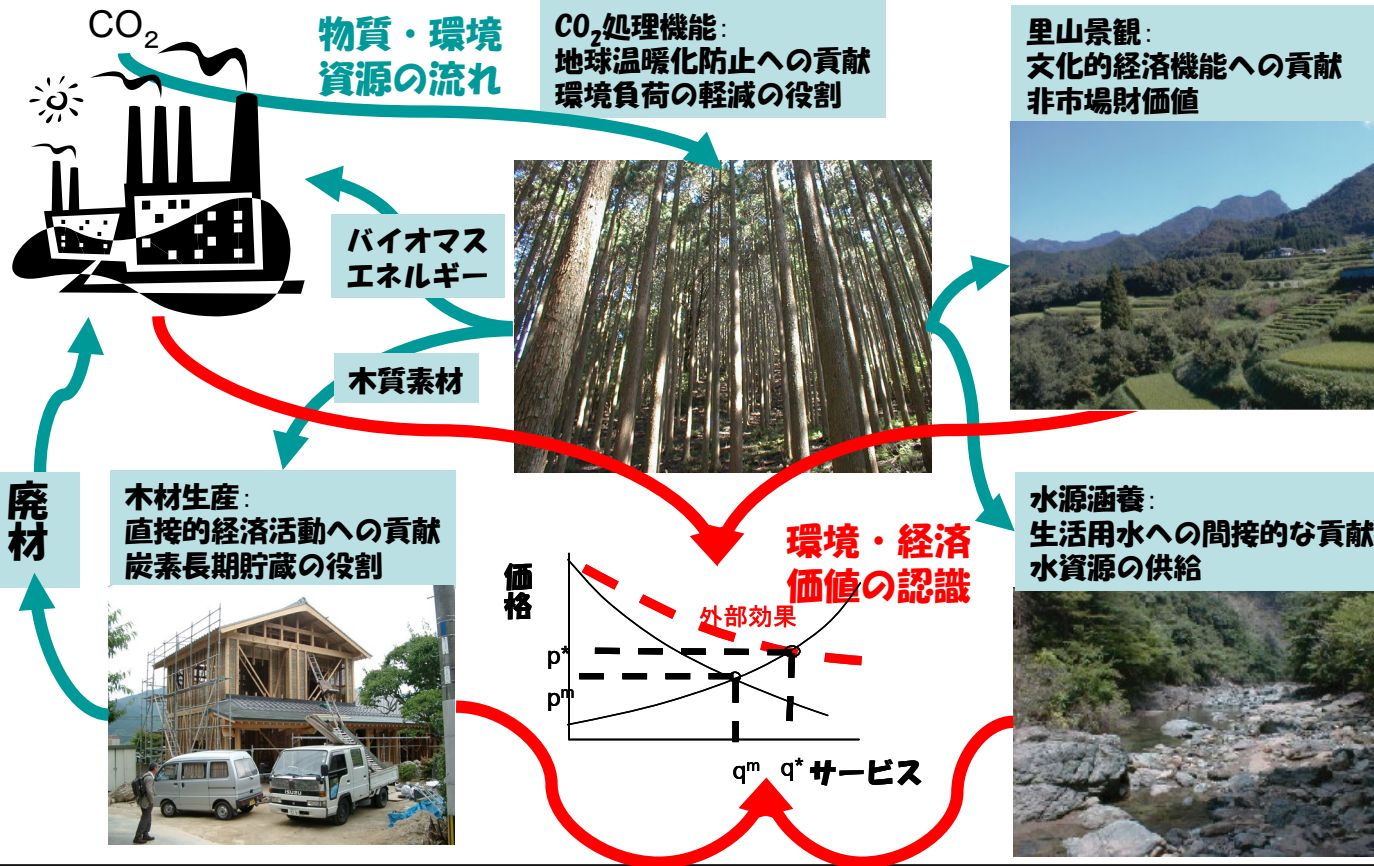


森林資源管理の必要性

森林の持つ多機能への認識

価値 $\Rightarrow$ 経済価値：生活スタイルの見直し

他の生産活動：
直接的経済活動
環境への負荷の発生



環境保全と経済発展

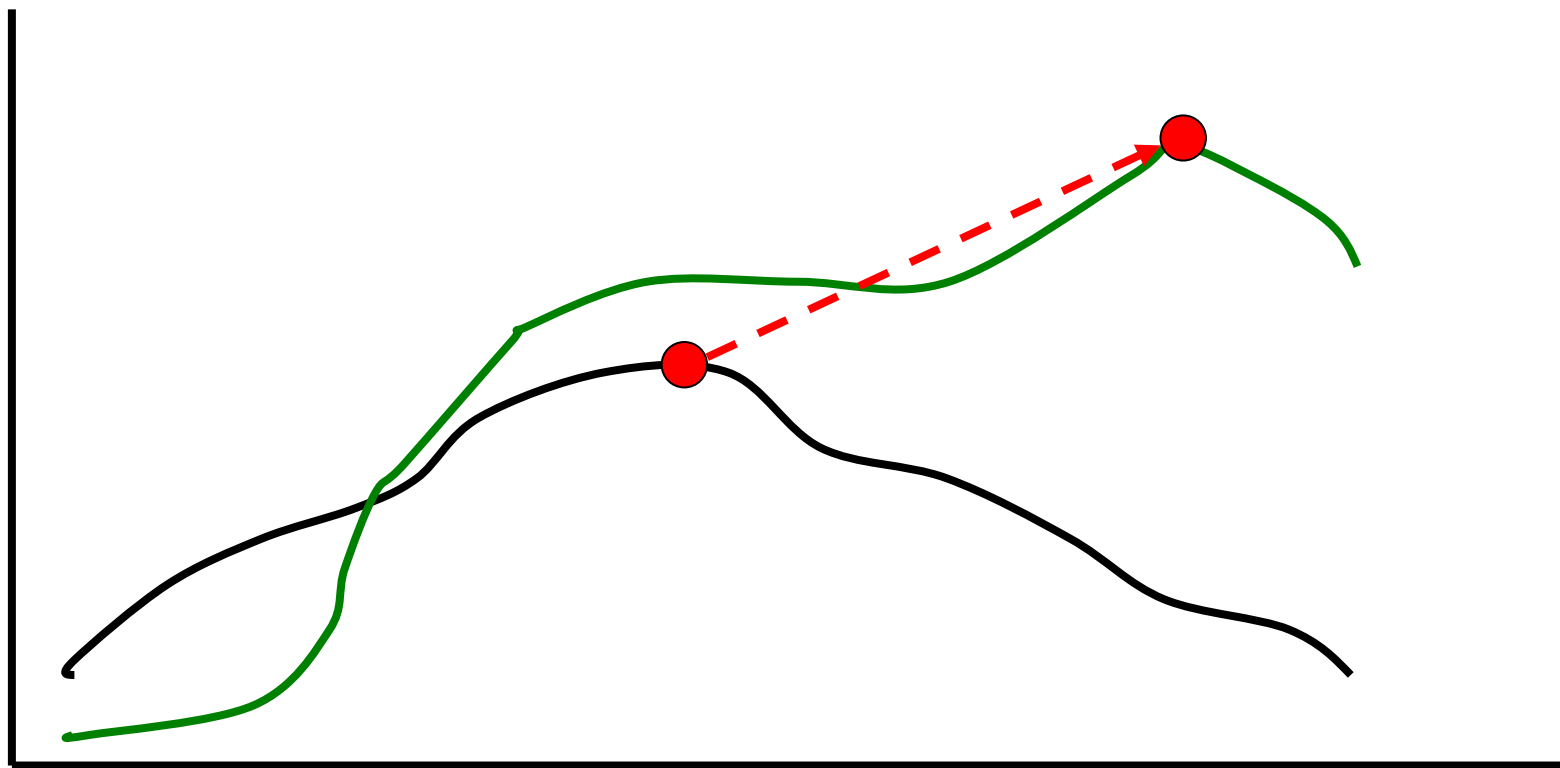


環境保全

資源利用への競合

経済活動

最適解の変化による評価



森林資源管理問題事項

対応する森林に対し**管理“目的”を最大限**に達成するために、毎年あるいは毎月・毎日それぞれの森林・林分あるいは林木に対し**どのような施業（植林・間伐・施肥・枝打ち・主伐など）をすべきか？**

対応する個体（森林、林分、または林木）を伐採、植林により**空間的**にどうするか、“いつ”するのかと言った**時間的**な問題も同時に解決していかなければならない

政策立案者からの良くある質問

- 異なる政策を導入したらどうなるの？
- それにはいくらの費用が発生するの？
- 最適な意思決定はどうなるの？
- などなど



最適化の枠組みで答えて行く

森林科学

Outcomes

森林の動態などの様々な成果

Inputs

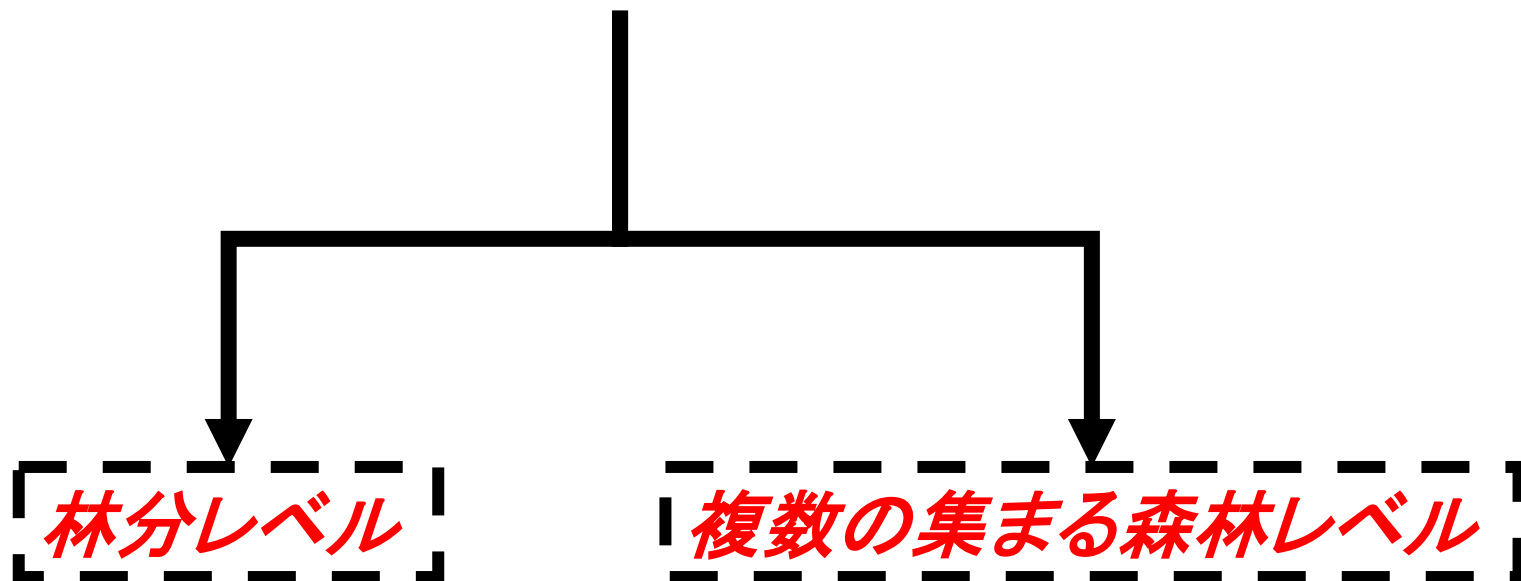
意思決定を支援する
最適化モデル

効率的かつ効果的な解の探求
政策オプションの評価

森林政策

森林分野での最適化問題

-2つのターゲット-



対象とするスケールの違いにより対応が異なる

状態の分類

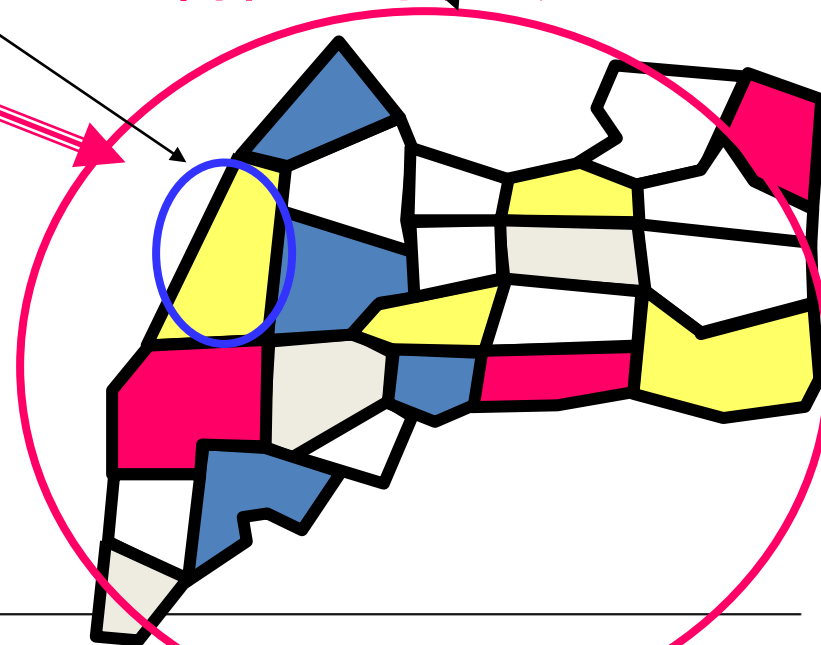
管理目的・制約が異なる

林分レベルでの管理

森林レベルでの管理

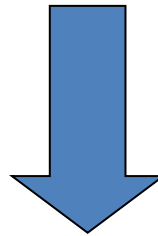


モデリングのための抽象化
・同一樹種林鈴、生産性など



林分経営最適化モデルの応用

- 収益増加のための間伐方法探求
- 補助金有効利用のための戦略
- 税金効果
- 複合経営最適化(混牧林・混交林)
- 炭素吸収量最大化と排出権取引

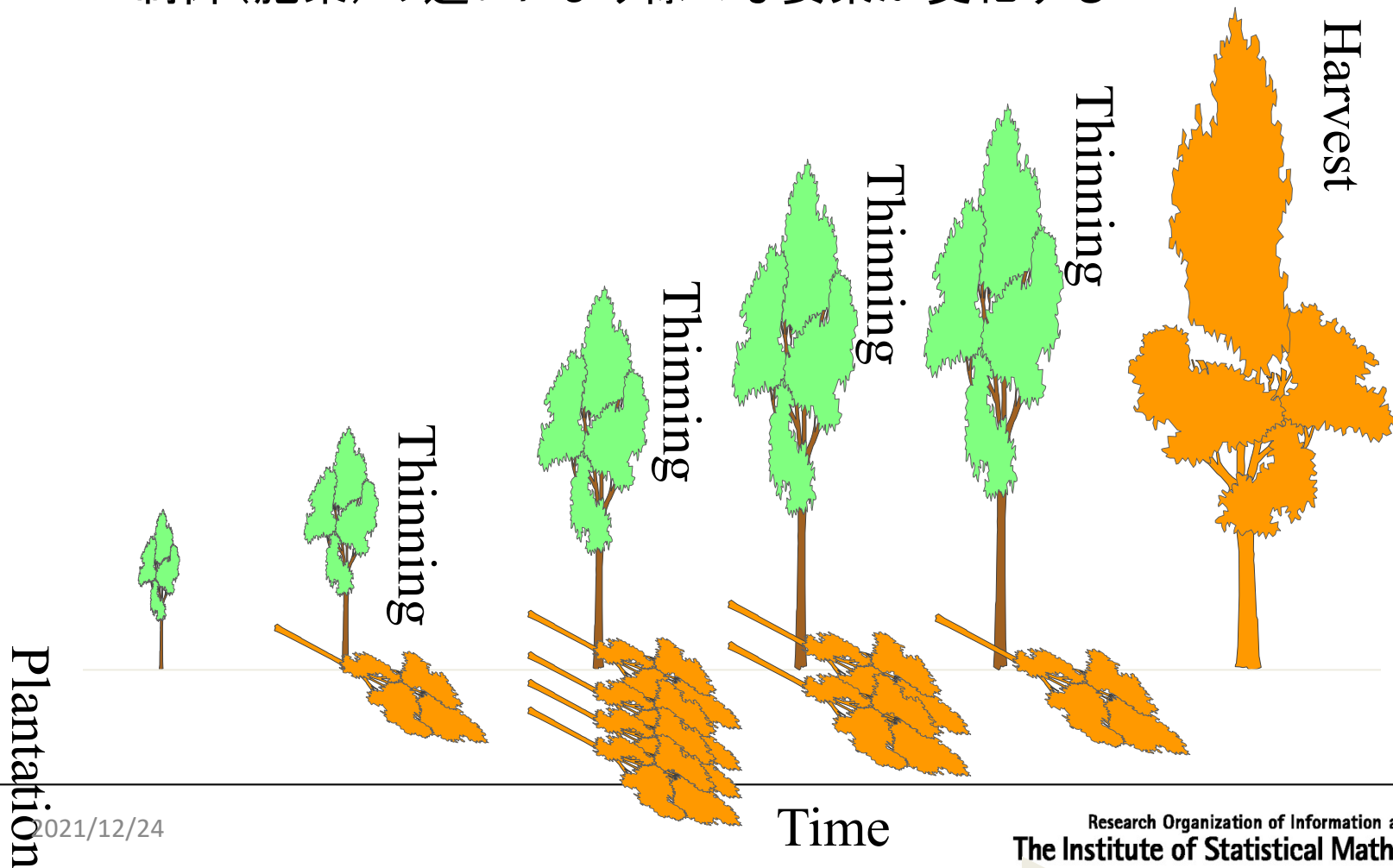


最適間伐時期・量及び主伐期の探求

林分レベル

制御：間伐時期，強度，など

- ->制御（施業）の違いにより様々な要素が変化する？

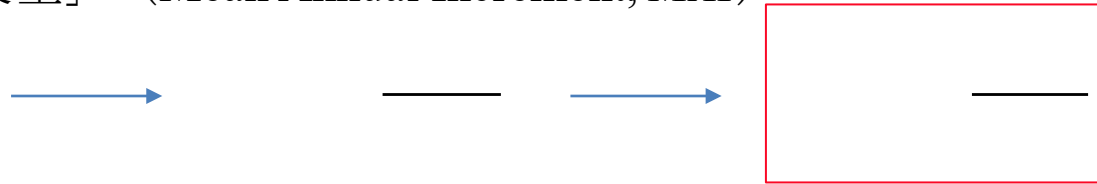


林分レベル最適化

伐期齢の探索：古典的な手法

伐期齢探求のための基準：1) 生産物の大きさ、2) 年平均成長量、3) 森林貢祖、4) 土地期望価など

2) 「年平均成長量」 (Mean Annual Increment, MAI)



3) 森林貢祖 (FR) : 年平均の純収益

4) 土地期望価(Soil or Land Expectation Value: SEV)

$$NPV = -C_r - \frac{C_w}{(1+r)^5} - \frac{C_{p1}}{(1+r)^{10}} - \frac{C_{p2}}{(1+r)^{15}} + \frac{R_1 - C_{t1}}{(1+r)^{20}} + \frac{R_2 - C_{t2}}{(1+r)^{25}} + \frac{R_3 - C_{t3}}{(1+r)^{30}} + \frac{R_4 - C_{t4}}{(1+r)^{35}} + \frac{R_h - C_h}{(1+r)^T}$$

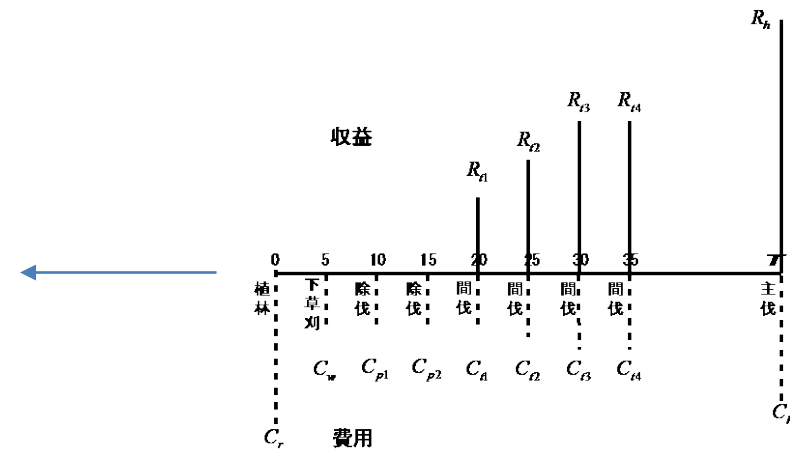
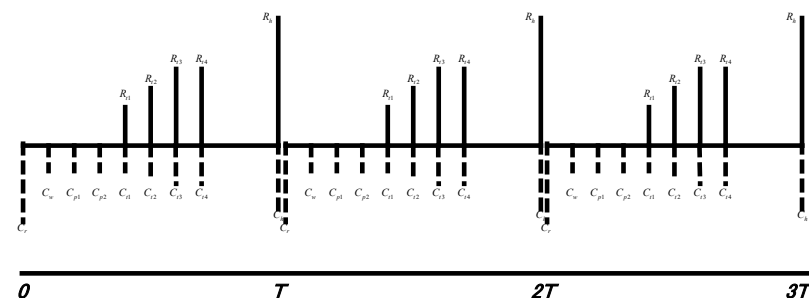


図1. 一連の施業に関わる費用と収益

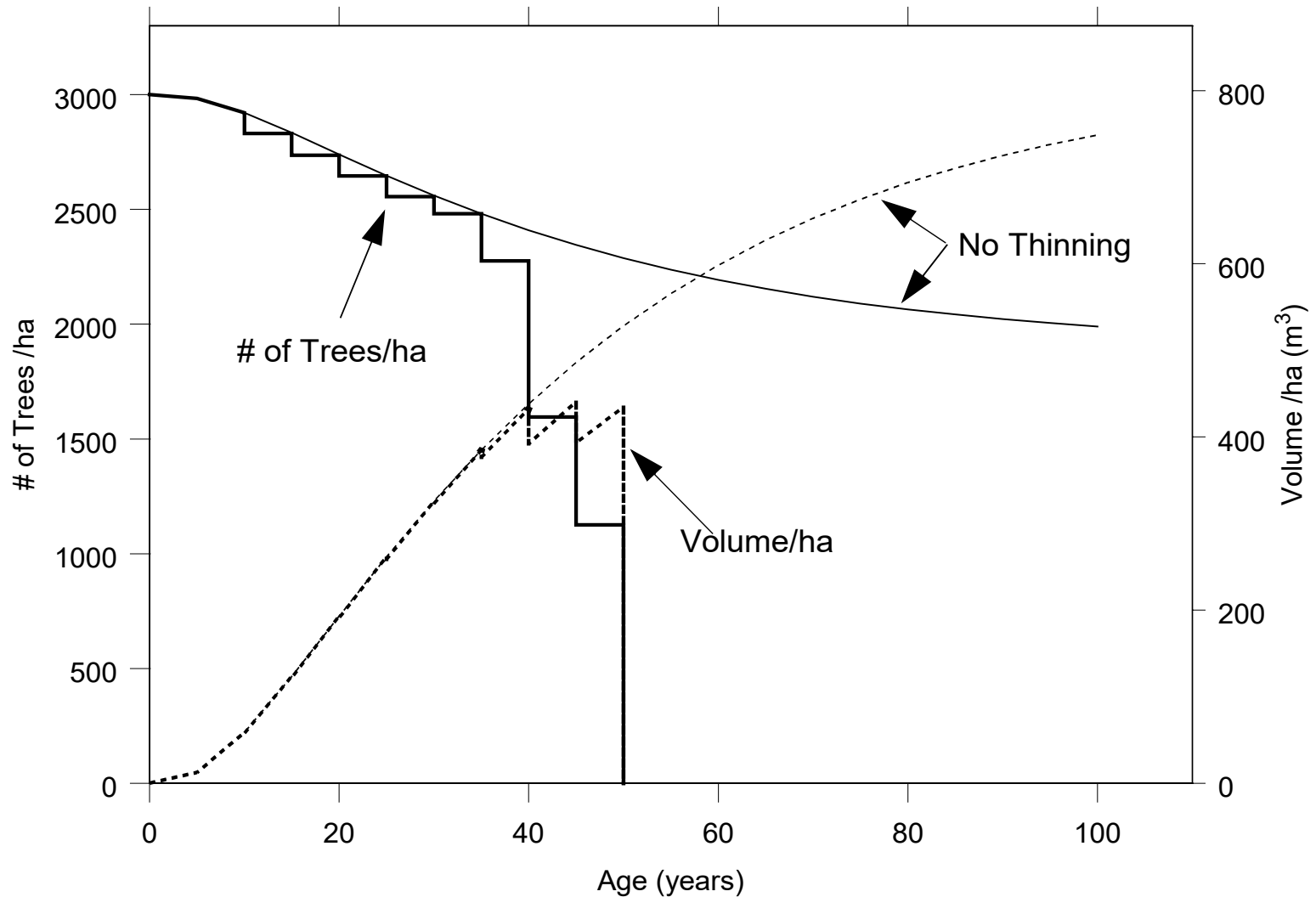
“Hossfeld formula” or known as “Faustmann formula”

$$\begin{aligned} SEV &= NPV + \frac{NPV}{(1+r)^T} + \frac{NPV}{(1+r)^{2T}} + \frac{NPV}{(1+r)^{3T}} + \frac{NPV}{(1+r)^{4T}} + \dots \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{NPV}{(1+r)^{kT}} \\ &= NPV \frac{(1+r)^T}{(1+r)^T - 1} \end{aligned}$$

初項 NPV 、公比 $(1+r)^{-T}$ の無限等比級数



Optimal Thinning Regime



林分レベル最適化: モダンな手法 数理計画法の応用

元林業試験場の有水氏により世界に先駆けた動的計画法
による間伐戦略最適化に関する林分経営の論文

日本オペレーションズ・リサーチ学会誌(Arimizu 1958)

Arimizu T. Regulation of the cut by dynamic programming. J Oper Res Soc

Jpn. 1958;1(4):175–82.

Table 1. Change in Optimization Approach over Years

Years	DP	NLP	Heuristic	Growth Model	Distance Type	Stand Type
1950s	Arimizu (1958)			Whole	Independent	Even-aged
	Amidon & Akin (1968)			Whole	Independent	Even-aged
1960s	Kilikki & Väisänen (1969)			Whole	Independent	Even-aged
1970s	Schreuder (1971)			Whole	Independent	Even-aged
		Adams & Ek (1974)		Age/stage-structured models	Independent	Uneven-aged
	Brodie et al. (1978)			Whole	Independent	Even-aged
	Brodie & Kao (1979)			Whole	Independent	Even-aged
	Kao & Brodie (1979)			Whole	Independent	Even-aged

Years	DP	NLP	Heuristic	Growth Model	Distance Type	Stand Type
1980s	Chen et al. (1980)			Whole	Independent	Even-aged
		Kao & Brodie (1980)		Whole	Independent	Even-aged
	Kluyver et al. (1980)			Whole	Independent	Even-aged
	Martin & Ek (1981)			Individual	Independent	Even-aged
	Riitters et al. (1982)			Age/stage-structured-models	Independent	Even-aged
	Brodie & Haight (1985)			Whole	Independent	Even-aged
			Bullard et al. (1985)	Age/stage-structured-models	Independent	Even-aged
		Haight (1985)		Age/stage-structured-models	Independent	Uneven-aged
	Haight et al. (1985)b			Individual	Independent	Uneven-aged
		Haight et al. (1985)a		Whole	Independent	Even-aged
		Roise (1986)a		Whole	Independent	Even-aged
		Roise (1986)b		Individual	Independent	Even-aged
		Haight (1987)		Age/stage-structured-models	Independent	Uneven-aged
	Paredes & Brodie (1987)			Whole	Independent	Even-aged
	Valsta & Brodie (1987)			Distribution-template-model	Independent	Even-aged
	Arthaud & Klemperer (1988)			Individual	Independent	Even-aged
		Valsta (1988)		Whole	Independent	Even-aged
	Yoshimoto et al. (1988)			Individual	Independent	Even-aged
1990s		Valsta (1990)	Valsta (1990)	Whole	Independent	Even-aged
		Haight (1990)		Age/stage-structured-models	Independent	Uneven-aged
		Haight & Monserud (1990)		Individual	Independent	Even-aged
	Torres & Brodie (1990)			Whole	Independent	Even-aged
	Yoshimoto et al. (1990)			Individual	Independent	Even-aged
	Filius & Dul (1992)			Whole	Independent	Even-aged
		Haight et al. (1992)		Whole	Independent	Even-aged
		Valsta (1992)		Individual	Independent	Even-aged
		Valsta (1993)		Individual	Independent	Even-aged
	Anderson & Bare (1994)			Individual	Independent	Uneven-aged
		Eriksson (1994)	Eriksson (1994)	Whole	Independent	Even-aged
	Ståhl et al. (1994)			Whole	Independent	Even-aged
		Miina (1996)		Individual	Dependent	Even-aged
	Brukas & Brodie (1999)			Whole	Independent	Even-aged
		Vettenranta & Miina (1999)		Individual	Dependent	Even-aged



Years	DP	NLP	Heuristic	Growth Model	Distance Type	Stand Type
2000s		Miina & Pukkala (2000)		Individual	Dependent	Even-aged
		Möykkynen et al. (2000)		Individual	Dependent	Even-aged
		Rautiainen et al. (2000)		Individual	Independent	Even-aged
		Wikström & Eriksson (2000)		Individual	Dependent	Even-aged
			Wikström (2001)	Individual	Dependent	Mixed
		Hyytiäinen & Tahvonen (2002)		Whole	Dependent	Even-aged
		Palahía & Pukkala (2003)		Individual	Independent	Even-aged
		Hyytiäinen et al. (2004)		Individual	Independent	Even-aged
		Trasobares and Pukkala (2004)		Individual	Independent	Uneven-aged
	Bettinger et al. (2005)			Individual	Independent	Uneven-aged
		Hyytiäinen et al. (2005)		Individual	Independent	Even-aged
		Pukkala & Miina (2005)		Individual	Independent	Even-aged
	Díaz-Balteiro & Rodríguez (2006)			Individual	Independent	Even-aged
		Hyytiäinen et al. (2006)		Individual	Independent	Even-aged
	Graetz et al. (2007)			Individual	Independent	Even-aged
		Koskela et al. (2007)a		Individual	Independent	Even-aged
		Koskela et al. (2007)b		Individual	Independent	Even-aged
		Pasalodos-Tato & Pukkala (2007)		Whole	Independent	Even-aged
	Yoshimoto & Marušák (2007)			Whole	Independent	Even-aged
		Pukkala (2009)		Individual	Independent	Even-aged
2010s		Pukkala et al. (2010)		Individual	Independent	Uneven-aged
		Tahvonen et al. (2010)		Individual	Independent	Uneven-aged
	Asante et al. (2011)			Whole	Independent	Even-aged
			Chikumbo & Nicholas (2011)	Whole	Independent	Even-aged
		Tahvonen (2011)		Individual	Independent	Uneven-aged
		Pukkala et al. (2012)		Individual	Independent	Uneven-aged
	Ribeiro et al. (2012)			Individual	Dependent	Even-aged
		Bayat et al. (2013)		Individual	Independent	Uneven-aged
		de-Miguel et al. (2014)		Individual	Independent	Even-aged
		Pukkala et al. (2014)		Individual	Independent	Even-aged
		Rämö & Tahvonen (2014)		Individual	Independent	Even-aged
			Moriguchi et al. (2015)	Whole	Independent	Even-aged

Cited from: Yoshimoto et al. (2018) Stand-Level Forest Management Planning Approache, *Curr. Forestry Rep.*

Stand-Level Forest Management Planning Approaches

Atsushi Yoshimoto¹ • Patrick Asante² • Masashi Konoshima³

General Formulation: Optimal Control -> Dynamic Programming

$$\max_{\{\mathbf{u}(t)\}} J = \int_{t_0}^{t_n} \dot{I}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt$$

subject to

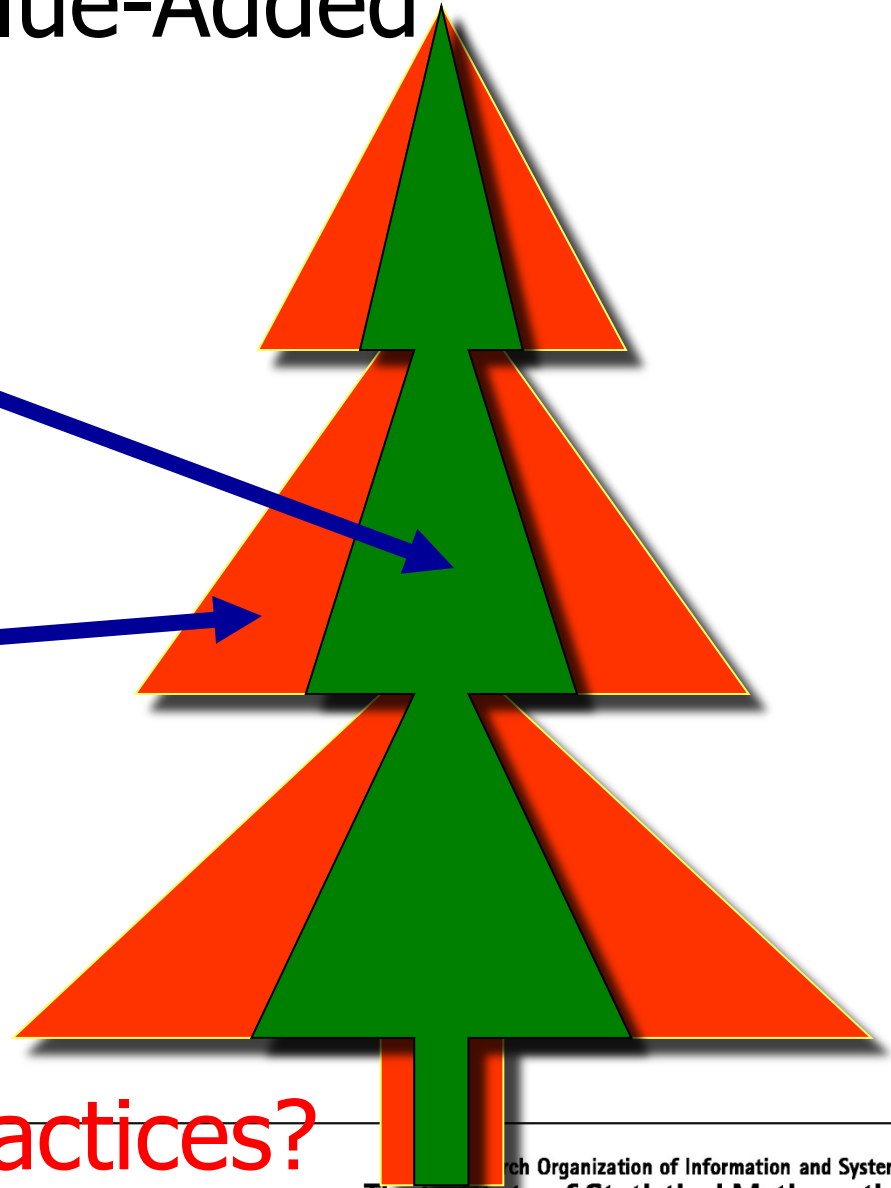
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$$

Carbon issue -> Value-Added

Timber Products

Carbon Value



Activate forestry practices?

2021/12/24



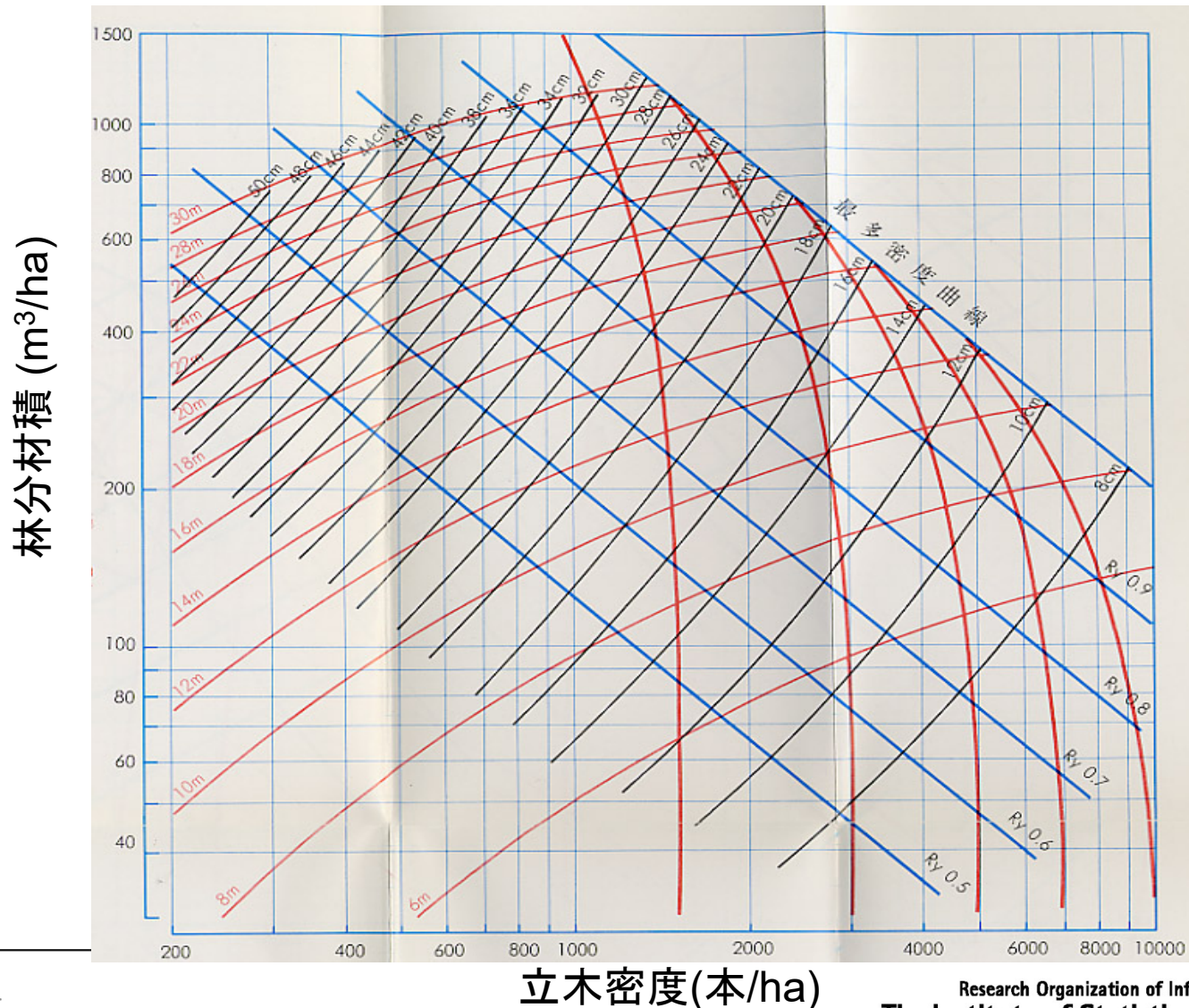


Evaluate carbon under the current subsidy policy for thinning activities in Japan

Payment for Ecosystem Services (PES) ?

Yoshimoto A, Marušak R. Evaluation of carbon sequestration and thinning regimes within the optimization framework for forest stand management. Eur J For Res. 2007;126(2):315–29.

林分の成長モデル(密度管理図): 状態依存 胸高直径, 樹高, 材積, 立木密度(Ando 1968)



密度管理関の関数群

平均単木材積

$$v = \frac{1}{0.068509N \cdot H^{-1.347464} + 2658.2 \cdot H^{-2.814651}}$$

自然枯死線

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_0} + \frac{v}{3.47089 \times 10^6 N_0^{-0.9184}}$$

植栽本数 N_0

ha 当たり材積

$$V = v \cdot N$$

林分形状高

$$HF = 0.791213 + 0.244012H\sqrt{N}/100 + 0.353895H$$

ha 当たり断面積

$$G = \frac{V}{HF}$$

断面積平均直径

$$\overline{Dg} = 200\sqrt{G/(\pi \cdot N)}$$

平均胸高直径

$$\overline{DBH} = -0.048940 - 0.034814H\sqrt{N}/100 + 0.98937Dg$$

最多密度における ha 当たり本数

$$N_{Rf} = 10^{5.3083} H^{-1.4672}$$

最多密度における ha 当たり材積

$$V_{Rf} = \frac{N_{Rf}}{0.068509N_{Rf} \cdot H^{-1.347464} + 2658.2H^{-2.814651}}$$

収量比数

$$Ry = \frac{V}{V_{Rf}}$$

Study Site in Kyushu, Japan

Sugi (*Cryptomeria japonica*)





2. 樹高成長関数を用いた 成長モデル(密度管理図)の修正

- 林分密度管理図には時間の要素がない
- 樹高成長曲線の導入により時間変化を反映

上層樹高

$$H = a(1 - e^{-bt})^c$$

平均単木材積

$$v = \frac{1}{0.068509N \cdot H^{-1.347464} + 2658.2 \cdot H^{-2.814651}}$$

自然枯死線

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_0} + \frac{v}{3.47089 \times 10^6 N_0^{-0.9184}}$$

植栽本数 N_0

ha 当たり材積

$$V = v \cdot N$$

林分形状高

$$HF = 0.791213 + 0.244012H\sqrt{N}/100 + 0.353895H$$

ha 当たり断面積

$$G = \frac{V}{HF}$$

断面積平均直径

$$\overline{Dg} = 200\sqrt{G/(\pi \cdot N)}$$

平均胸高直径

$$\overline{DBH} = -0.048940 - 0.034814H\sqrt{N}/100 + 0.98937Dg$$

最多密度における ha 当たり本数

$$N_{Rf} = 10^{5.3083} H^{-1.4672}$$

最多密度における ha 当たり材積

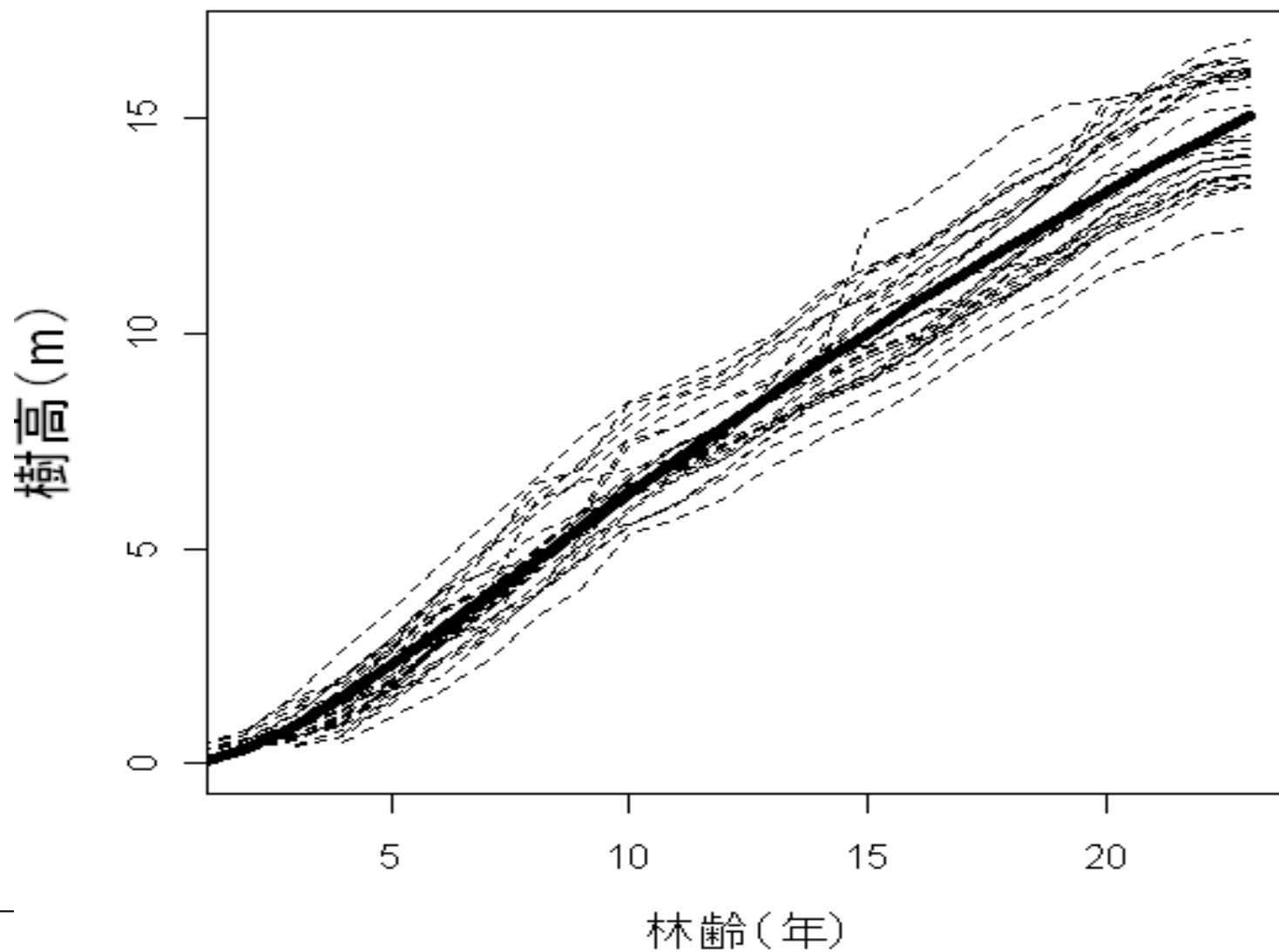
$$V_{Rf} = \frac{N_{Rf}}{0.068509N_{Rf} \cdot H^{-1.347464} + 2658.2H^{-2.814651}}$$

収量比数

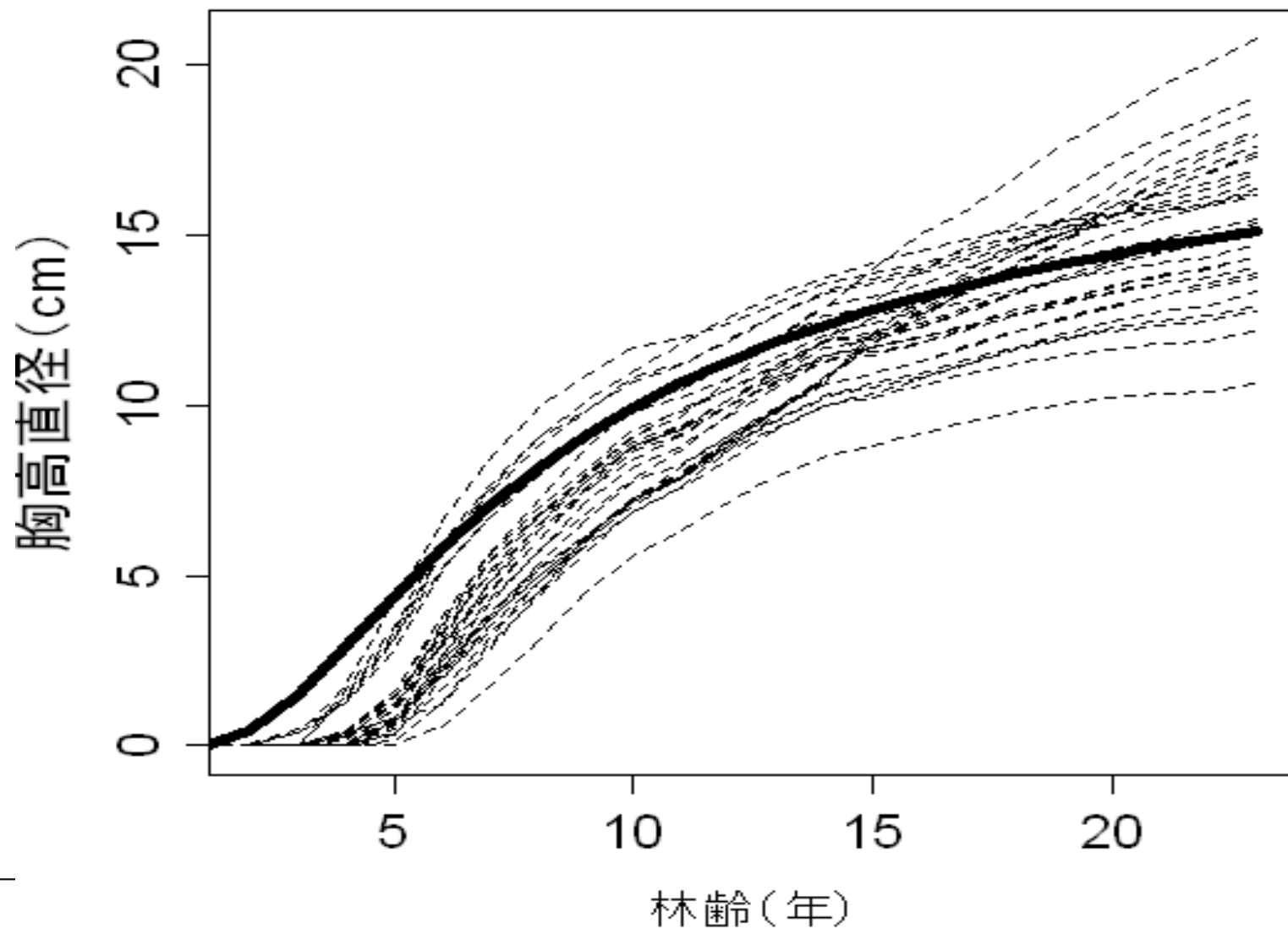
$$Ry = \frac{V}{V_{Rf}}$$



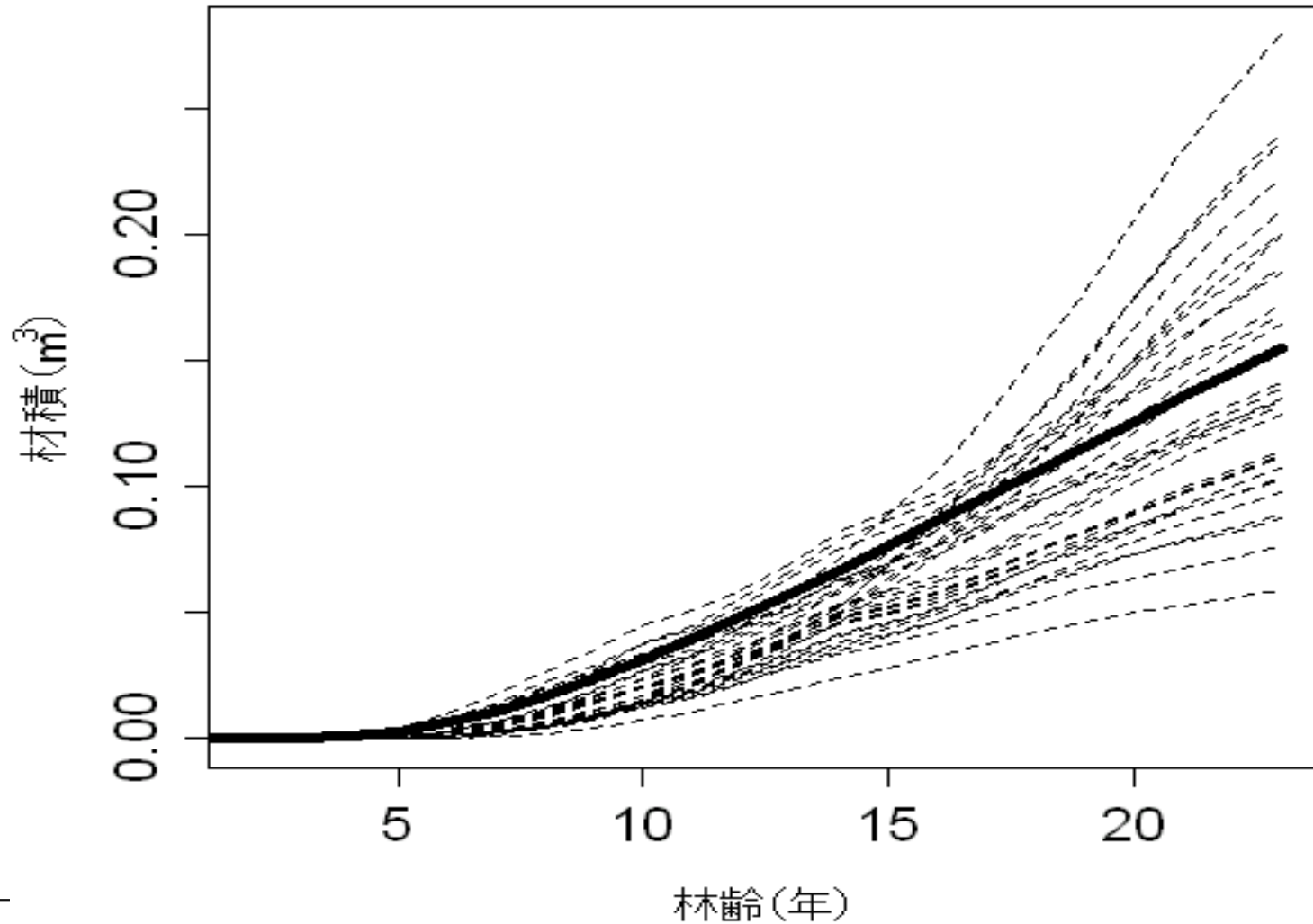
推定された樹高成長曲線



密度管理図からのDBH推定値と実測値



密度管理図からの材積推定値と実測値



炭素固定量推定

$$Wc = \rho_0 \times V \times E \times C$$

Wc : 炭素量 (Ct)

ρ_0 : 密度 (g/cm³)

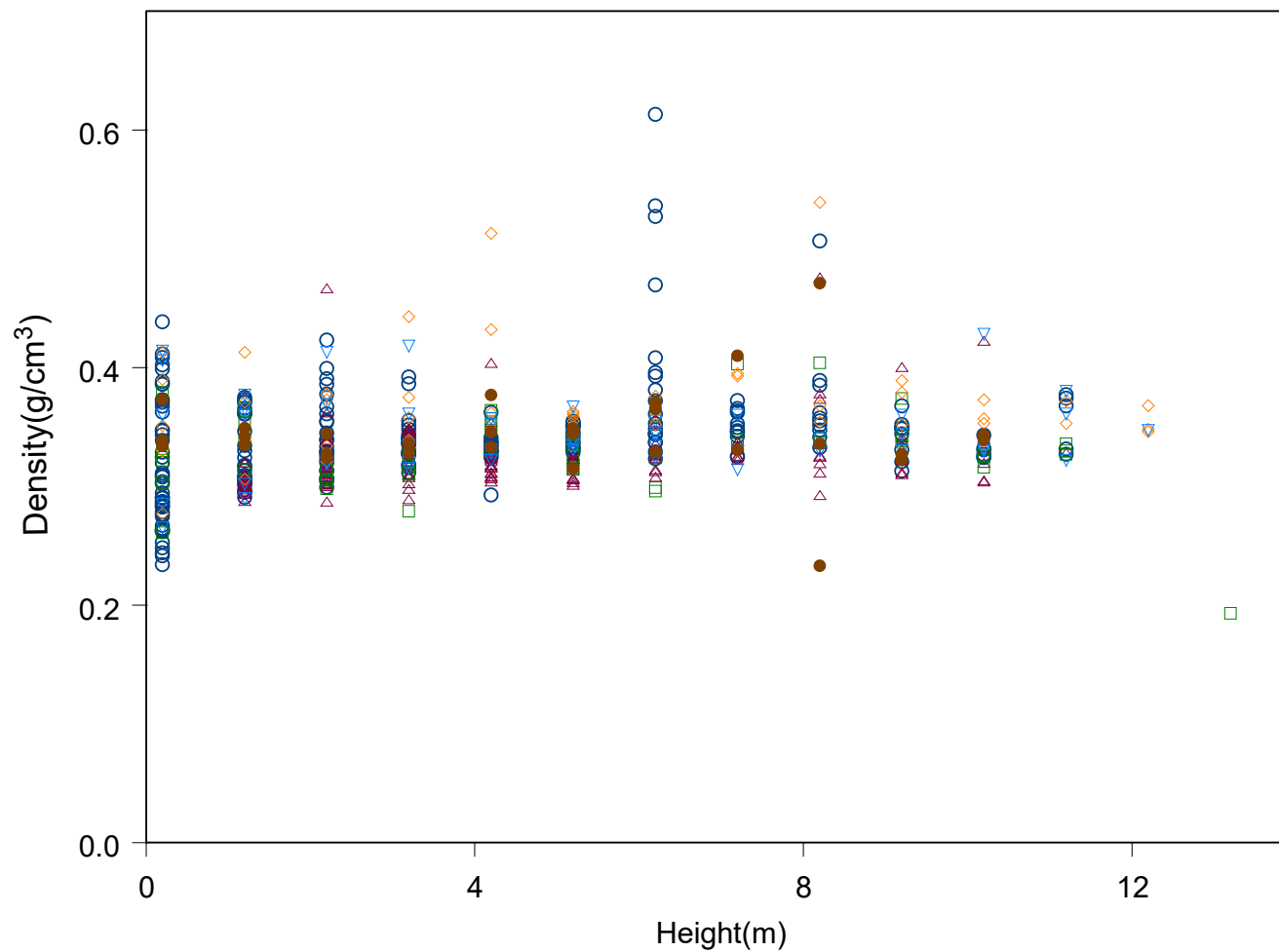
V : 材積 (m³)

E : 拡張係数 (1.7)

C : 炭素固定係数 (gC/g:0.5)

密度 (t C/m³)

Ave=0.3373



最適化の基本設定

林分状態:

- 林齢 : 0 (year)
- 植林本数 : 3000 (trees/ha)
- 割引率 : 1%
- 主伐費用 : 9,826円/m³
- 間伐費用 : 11,900円/m³
- 歩留まり : 65%

炭素関連:

- 密度 : 0.3373 (g/cm³)
- 炭素固定係数 : 0.5 (gC/g)

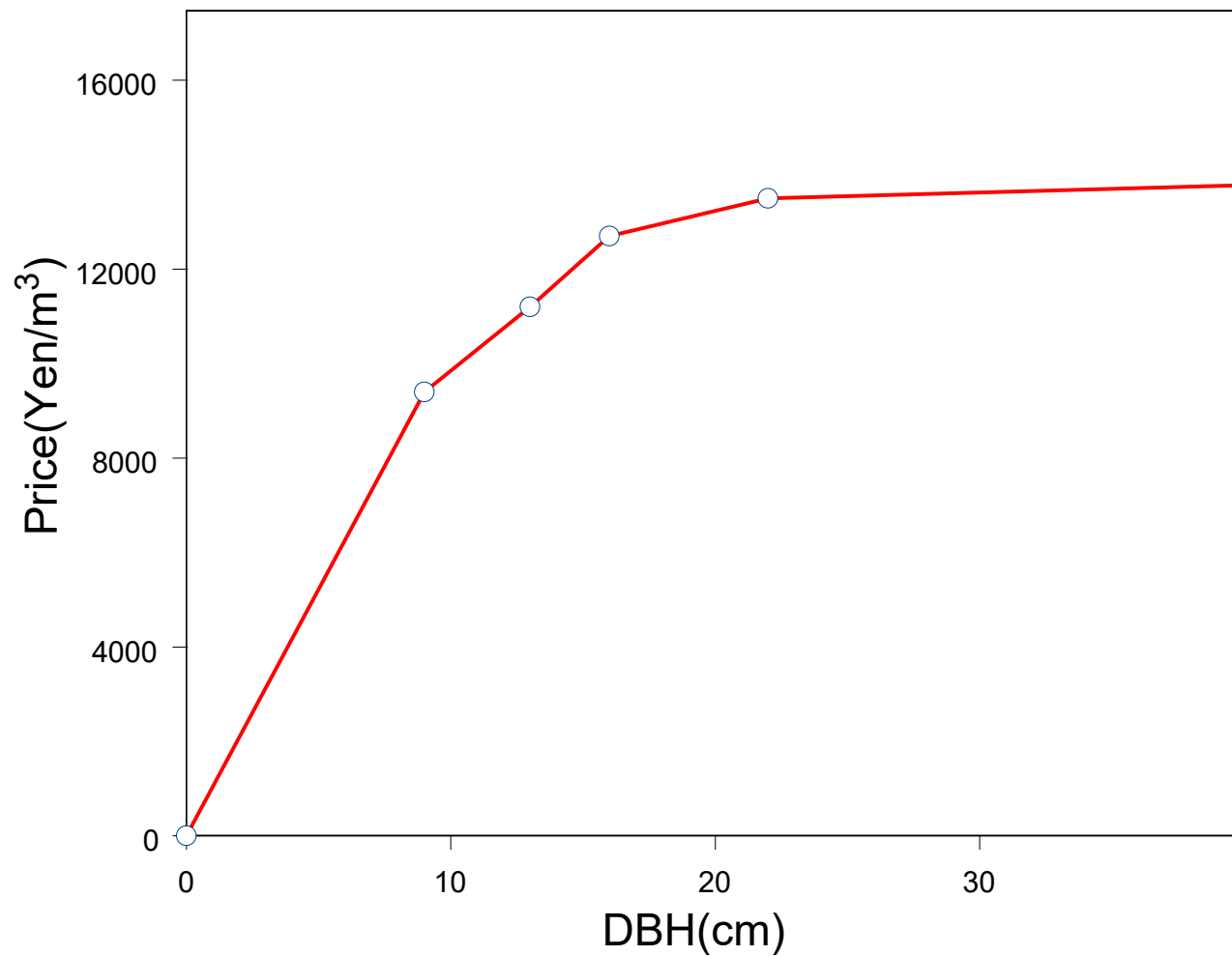
管理制約:

- 間伐可能最低林齢 : 10 年
- 最小主伐本数 : 300 trees/ha

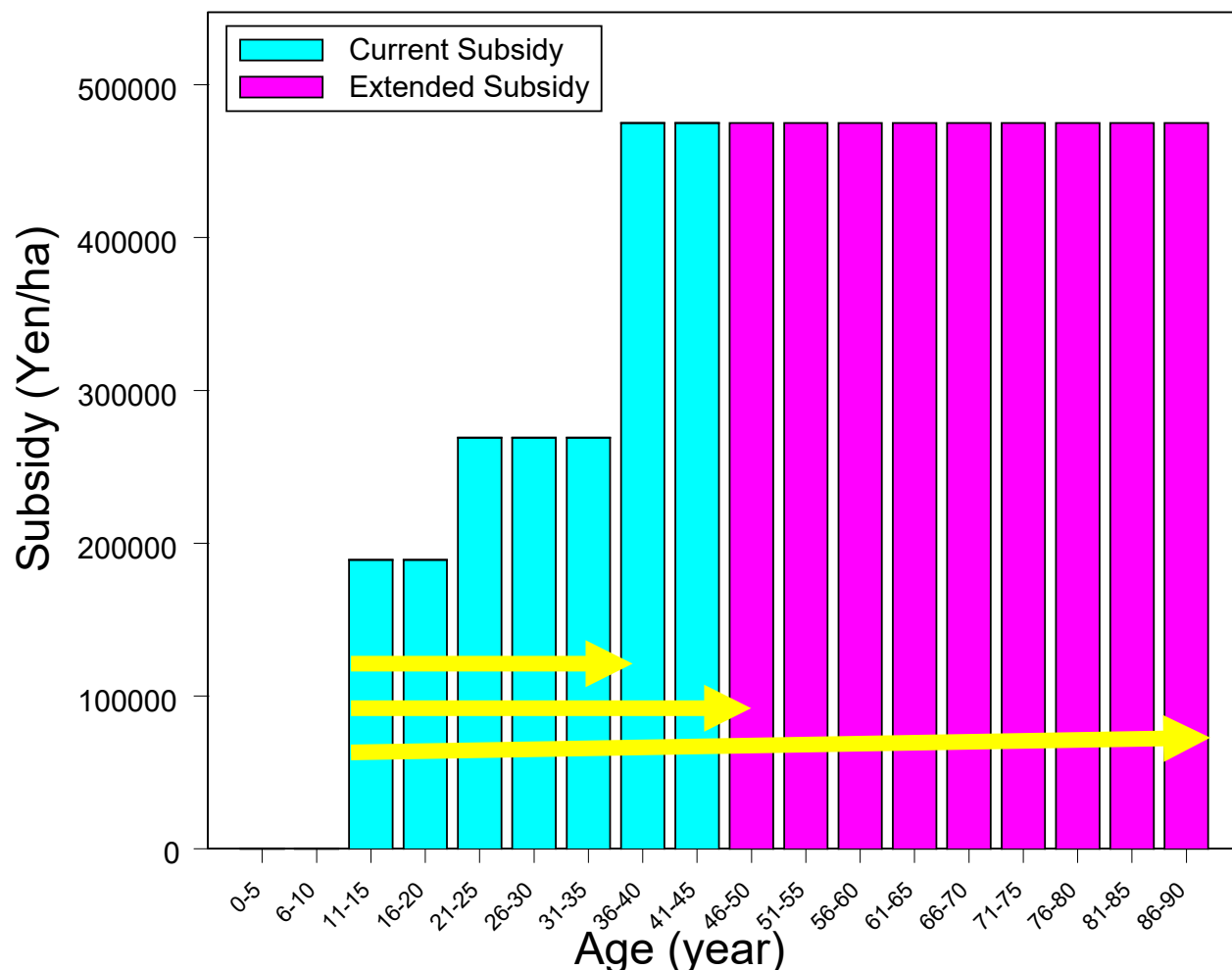
最適化:

- 目的 : 現在価値最大化
- 間伐間隔 : 50 trees/ha
- 制御年間隔 : 5 年
- 計画期間 : 100 年

価格関数 DBH

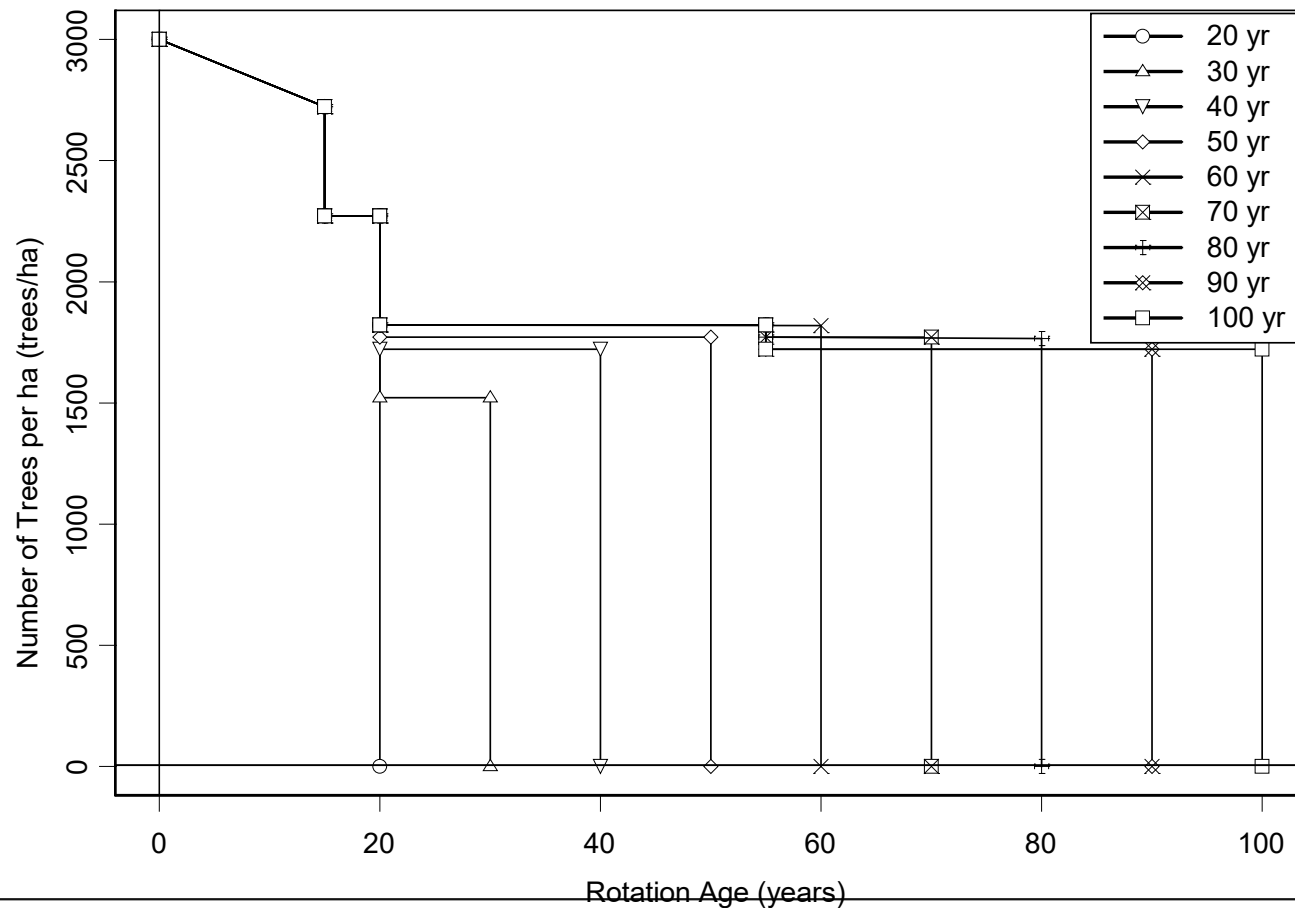


Ha当たり補助金 if thinned by 10 to 20% of trees.



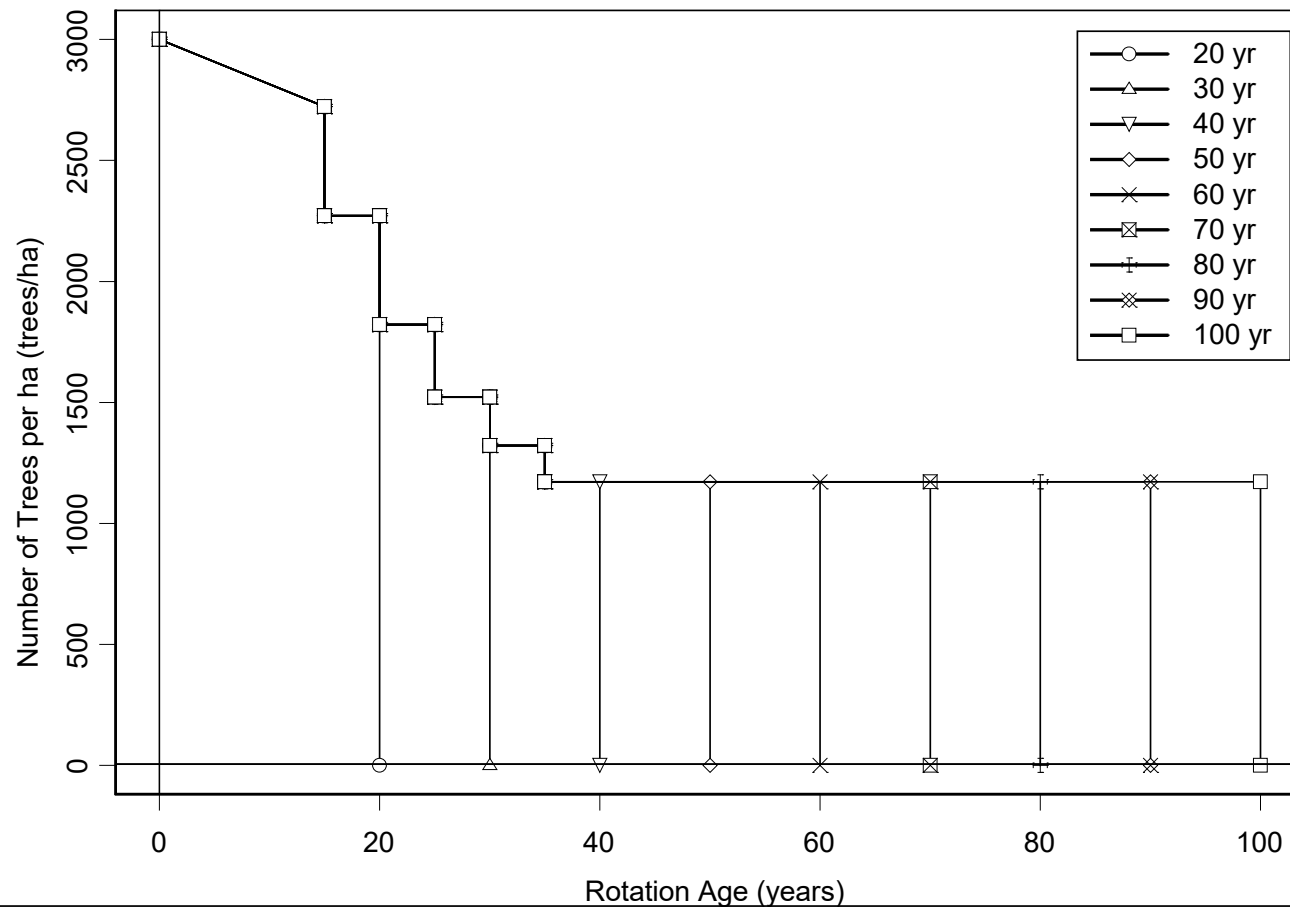
補助金なしでの最適間伐計画

No subsidy



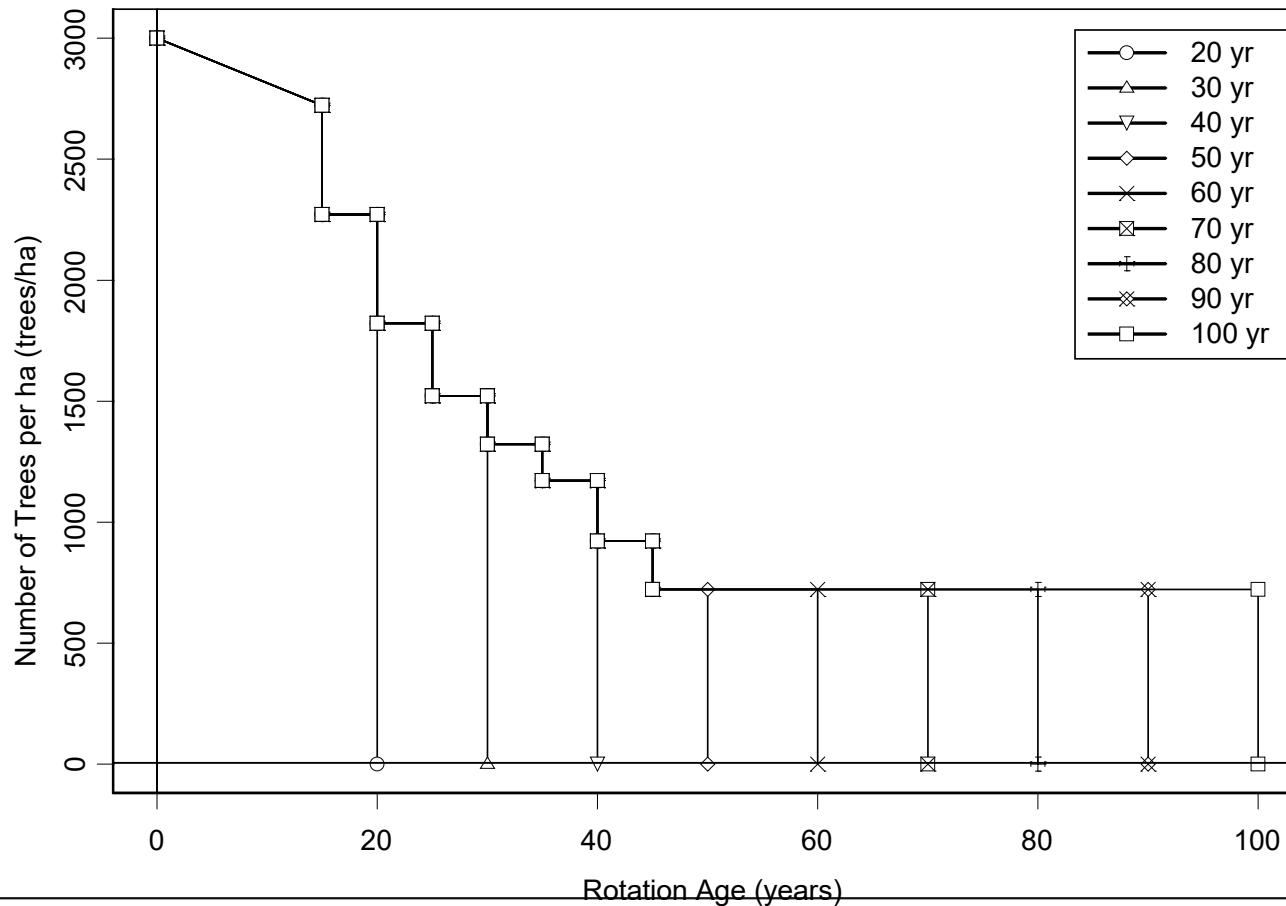
短期補助金下での最適間伐計画

Under the ordinary subsidy (15 - 35 yr)



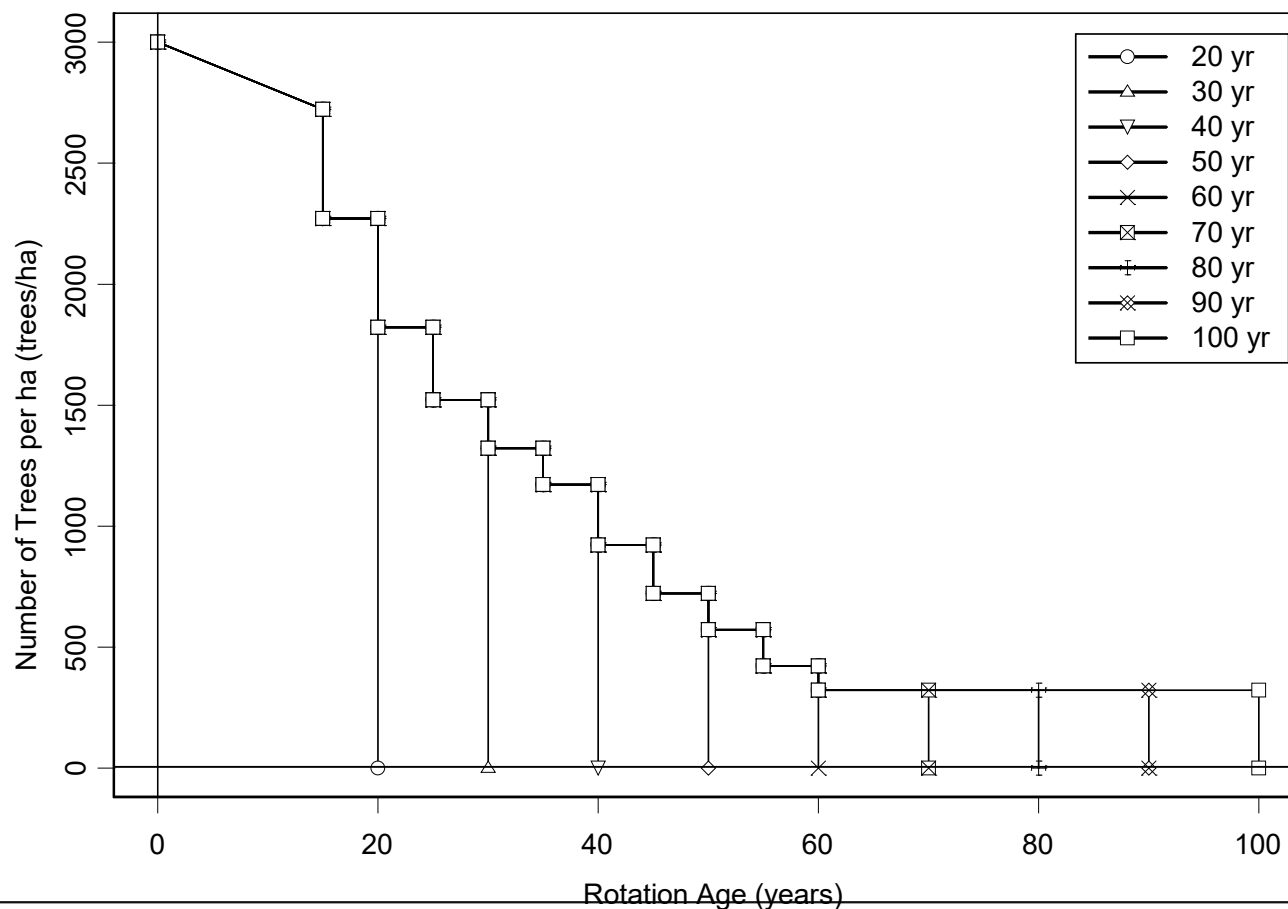
中期補助金下での最適間伐計画

Under the emergency subsidy (15 - 45 yr)

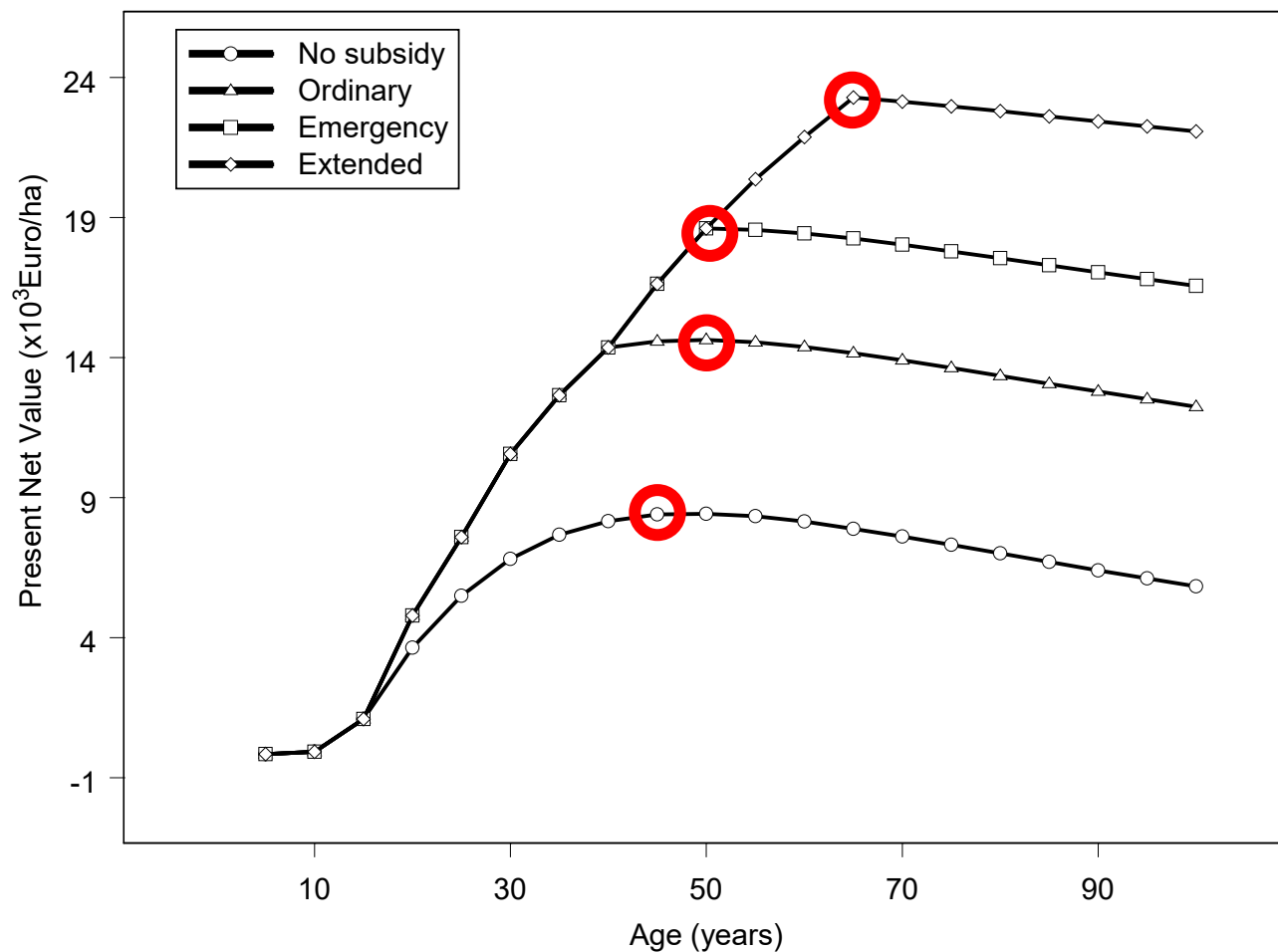


長期補助金下での最適間伐計画

Under the extended subsidy (15 - 90 yr)

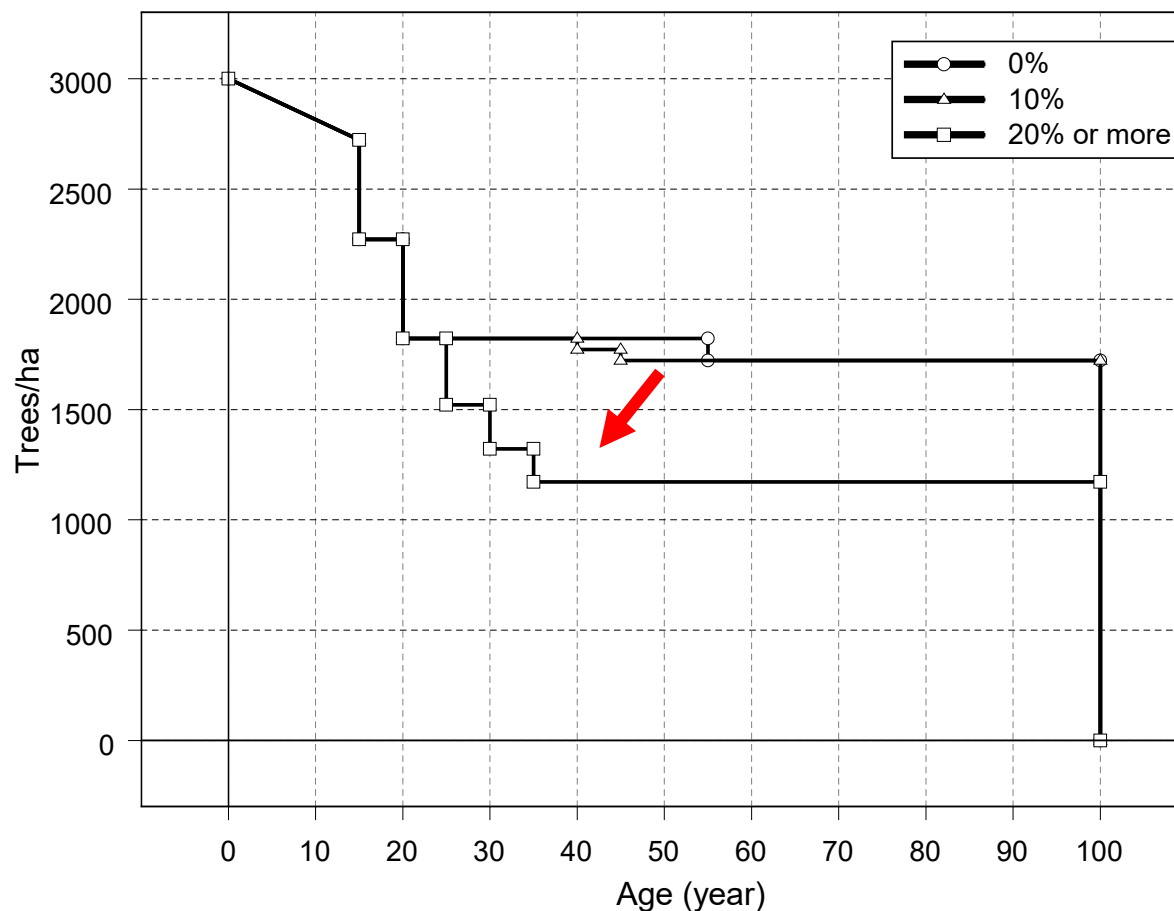


現在価値の違い



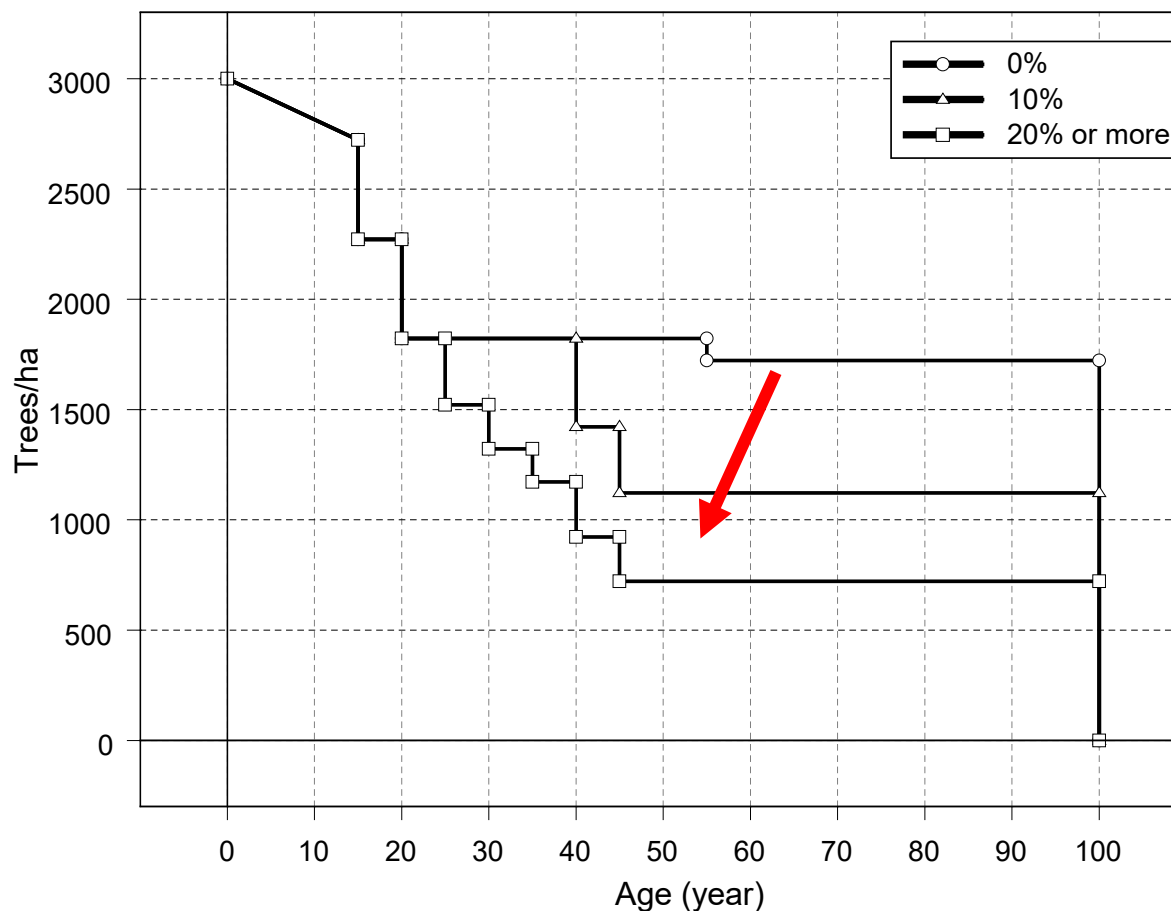
効率的な補助金額の探求：短期

Under the current subsidy (15 - 35 years)



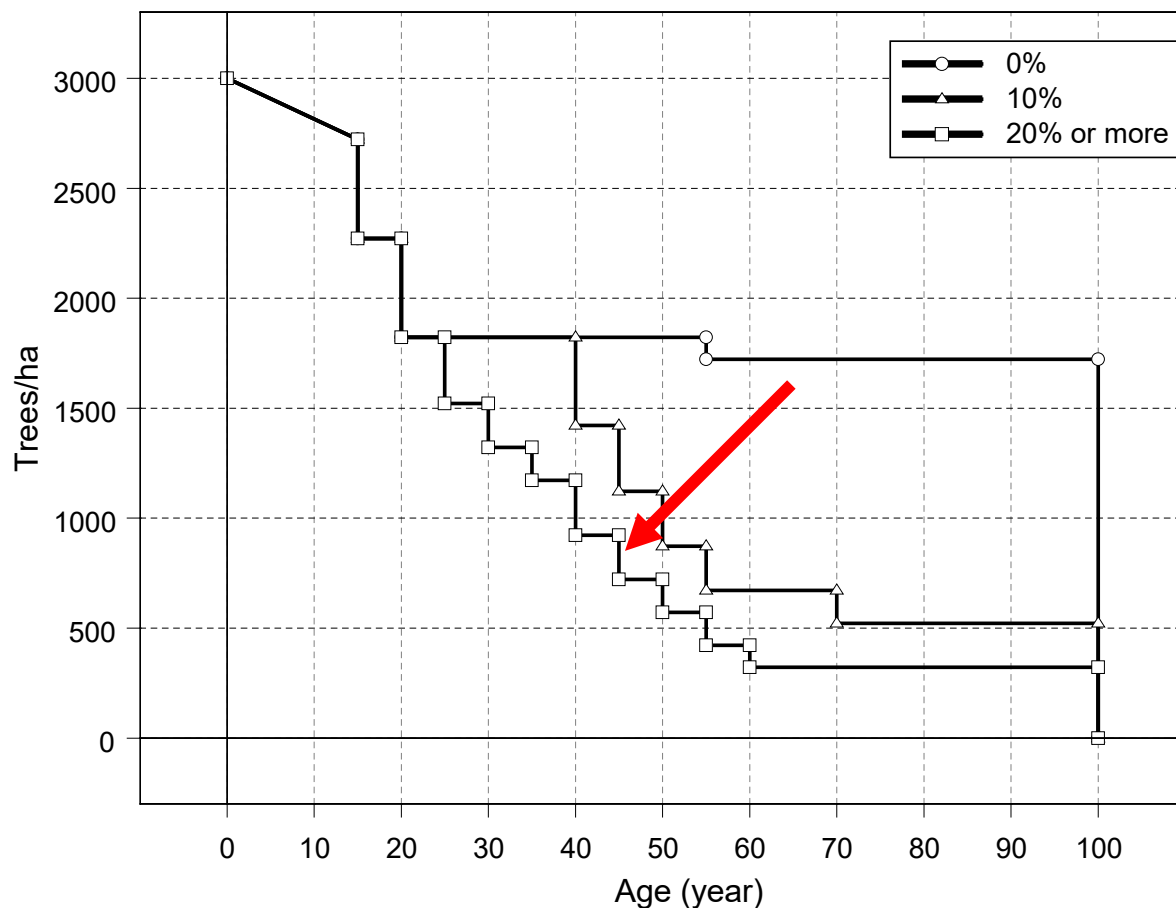
効率的な補助金額の探求：中期

Under the emergency subsidy (15 - 45 years)

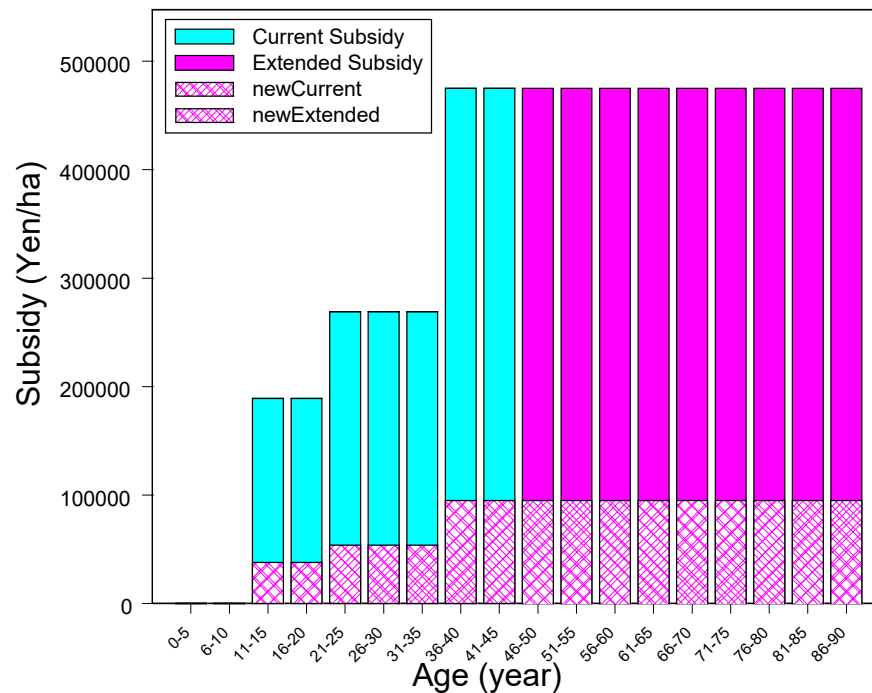


効率的な補助金額の探求：長期

Under the extended subsidy (15 - 90 years)

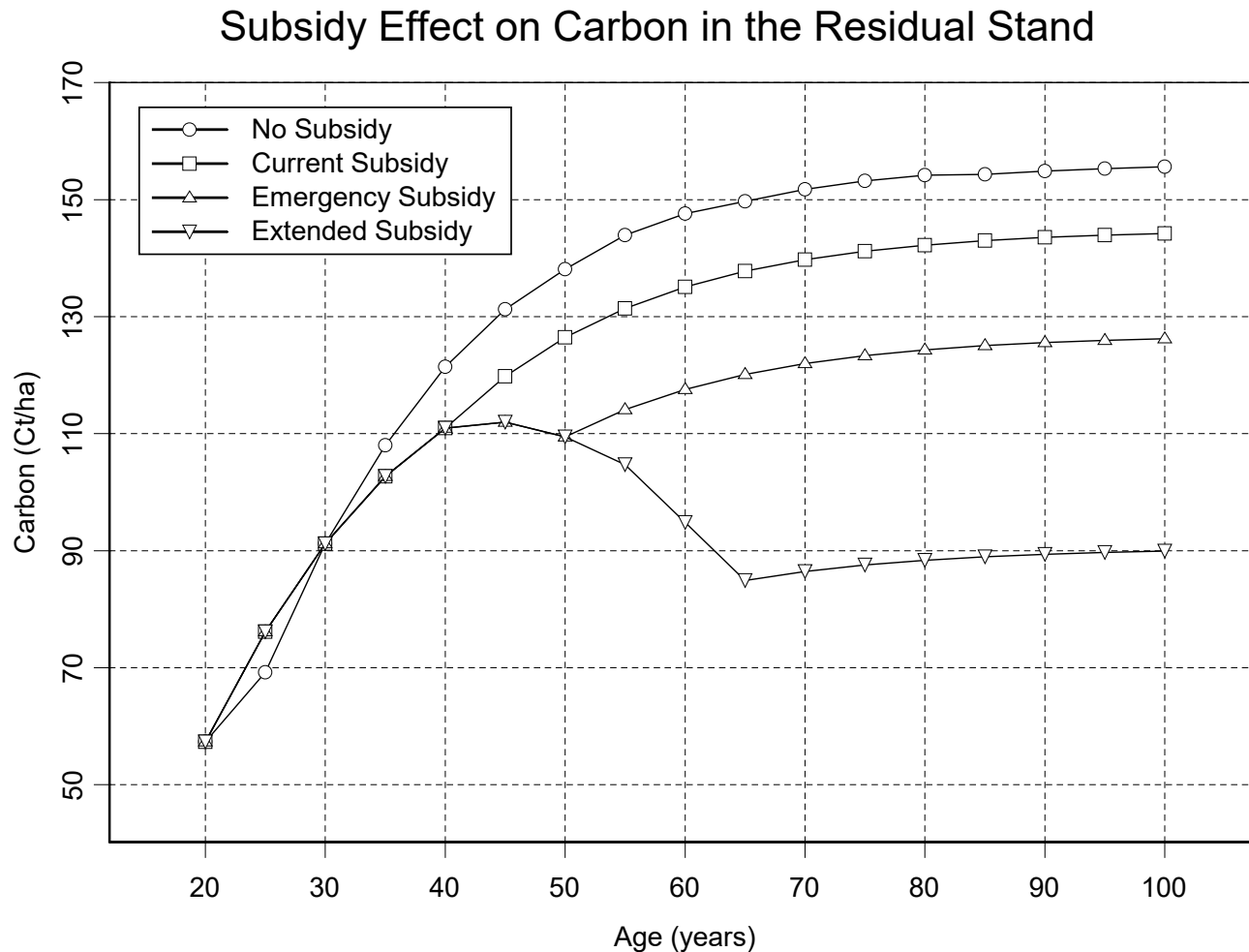


効率的な補助金額



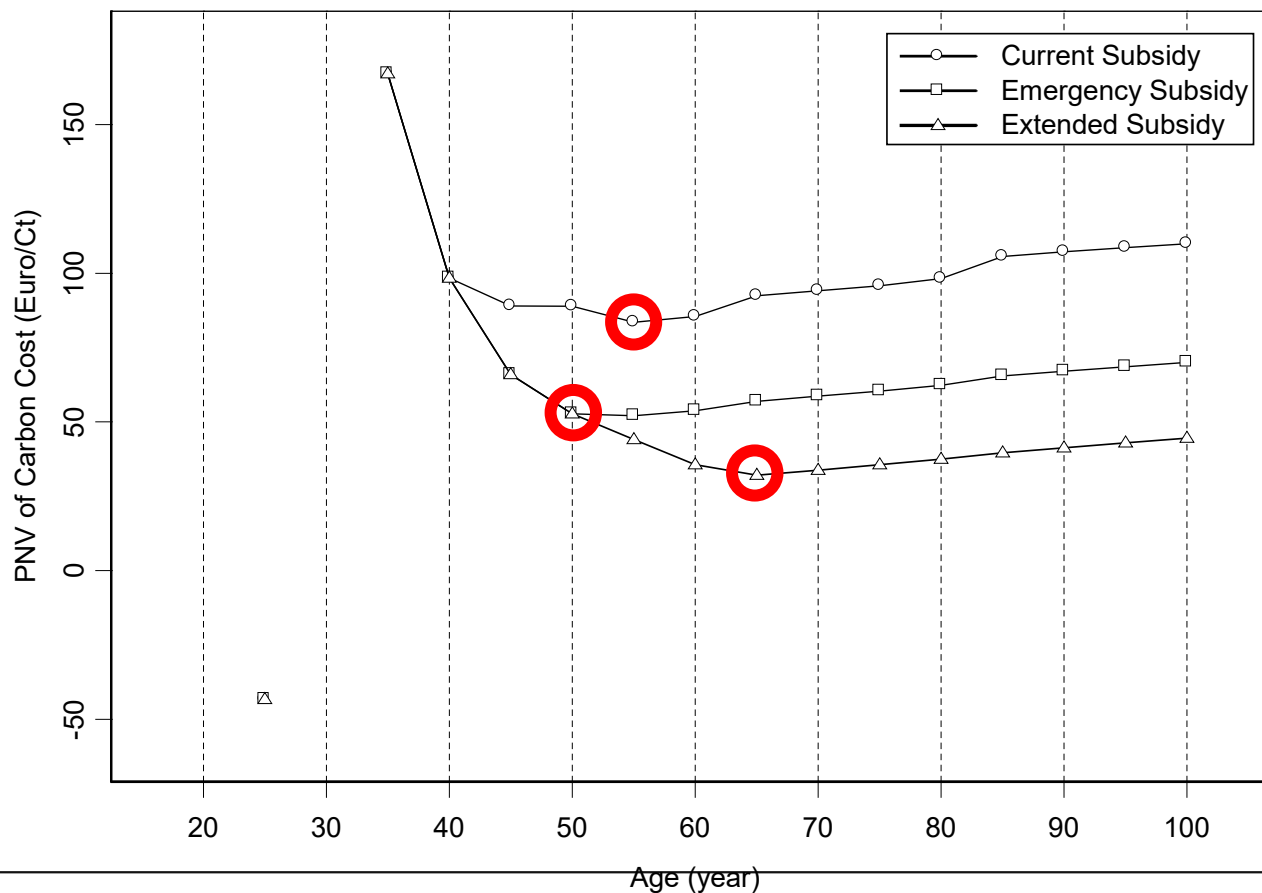
**20% or more of the current subsidy level
results in the same thinning regime
without any change in carbon storage!**

補助金の炭素への影響：立木



立木の炭素量を基準とした 炭素費用の現在価値

$$C_{CO_2} = - \frac{PNV(No\ Subsidy) - PNV(Subsidy)}{CBN(No\ Subsidy) - CBN(Subsidy)}$$



補助金下での間伐による炭素ロスの年費用

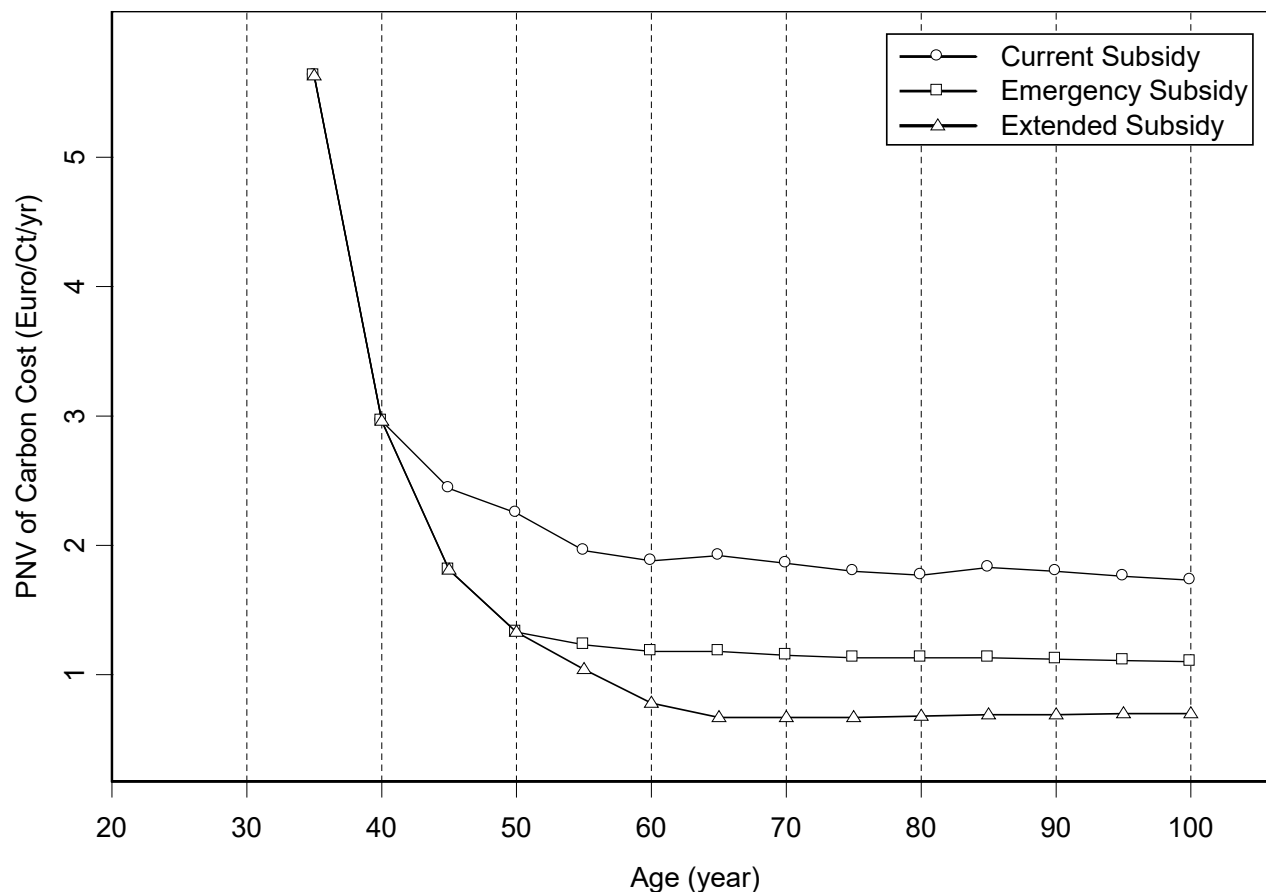
$$C_{CO_2} = AP_T \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^T}{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)}$$

AP_T : 単年費用

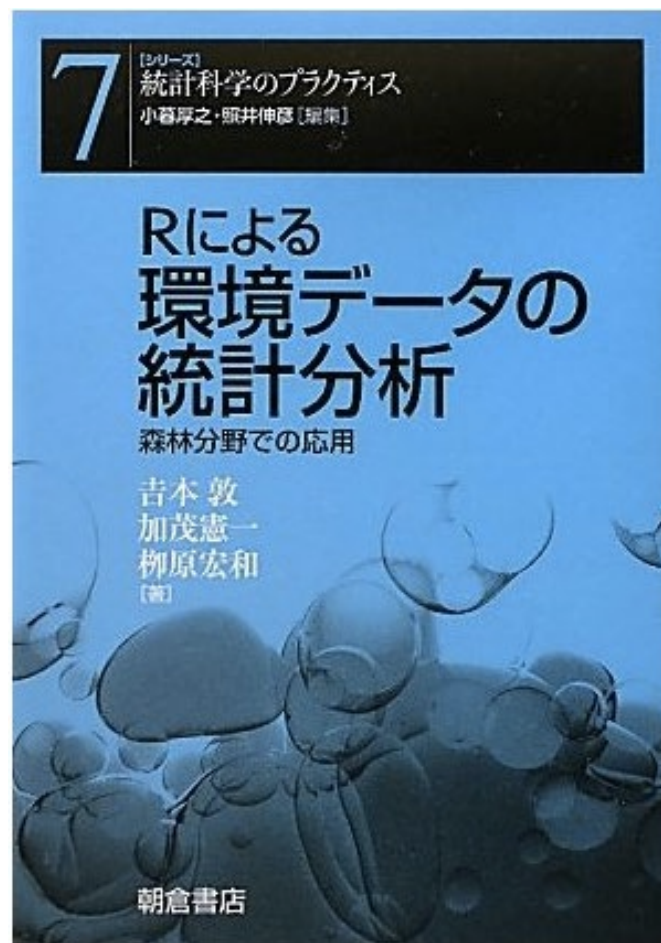
T : 伐期齢

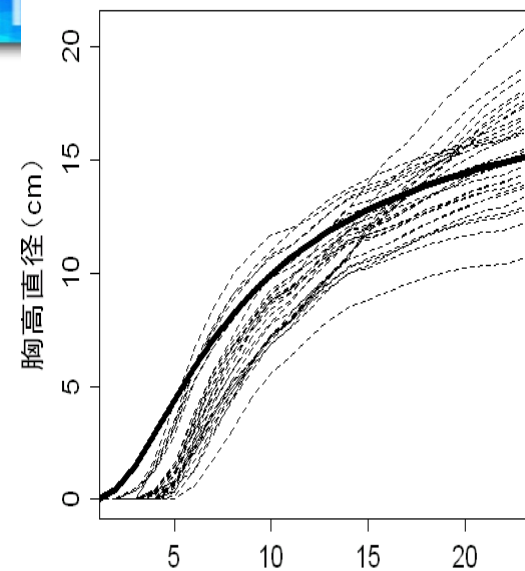
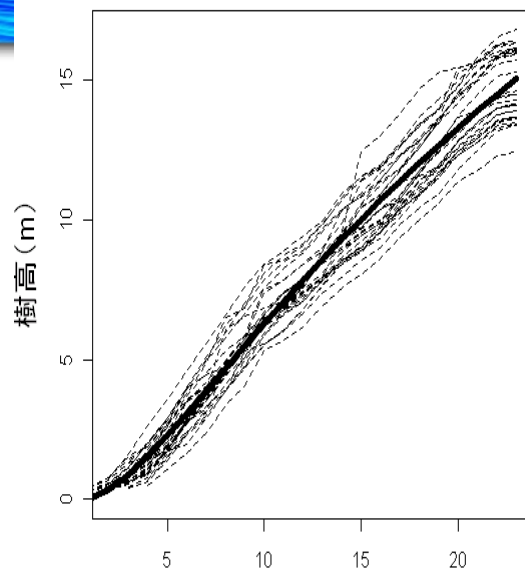
r : 割引率

立木の炭素を基準とした炭素評価



密度管理図の再構築

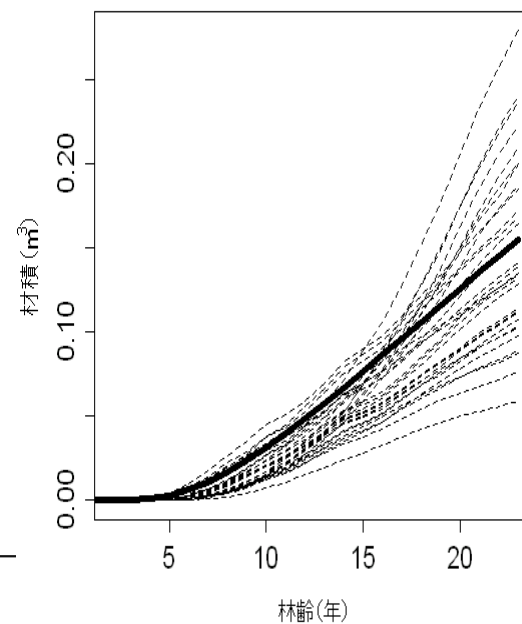


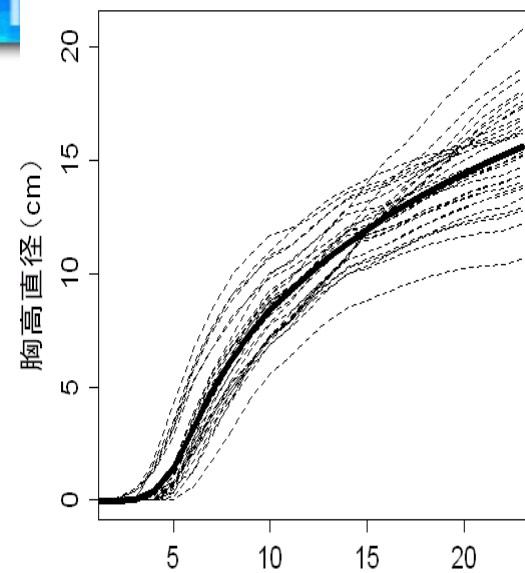
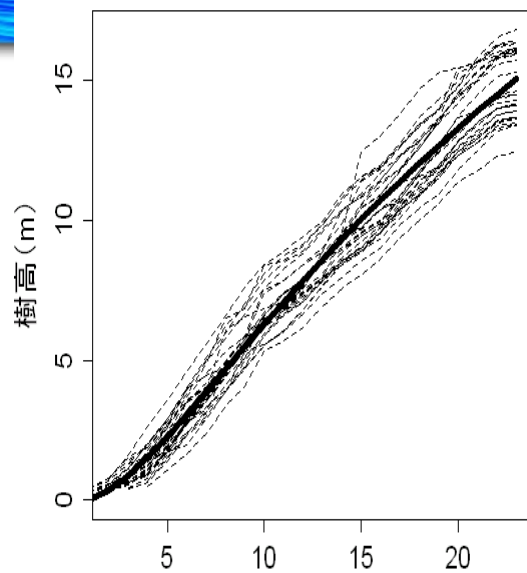


林齡(年)

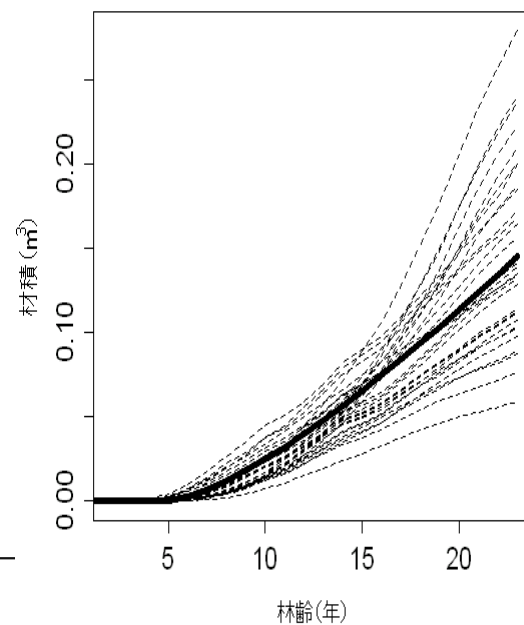
Before Adjustment

林齡(年)





After Adjustment

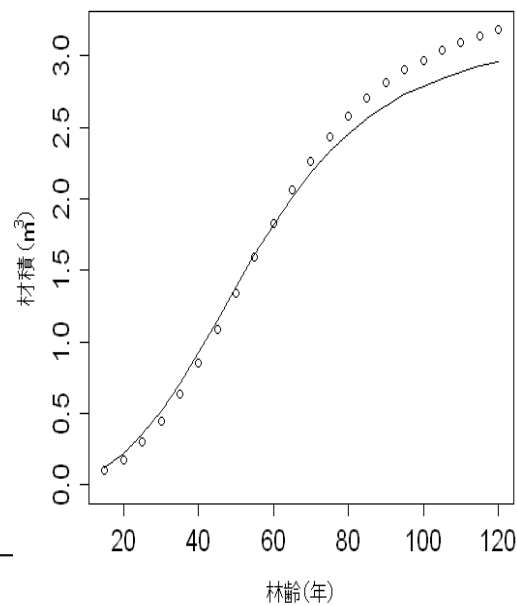
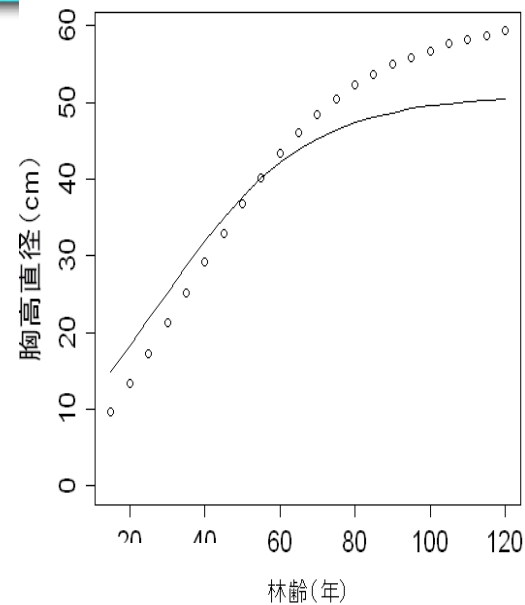
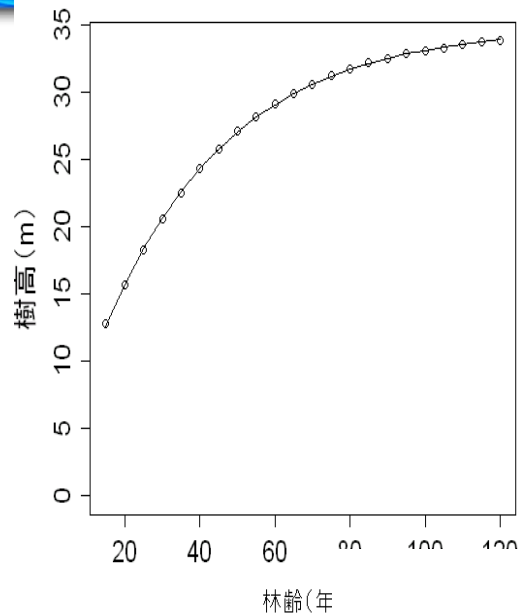


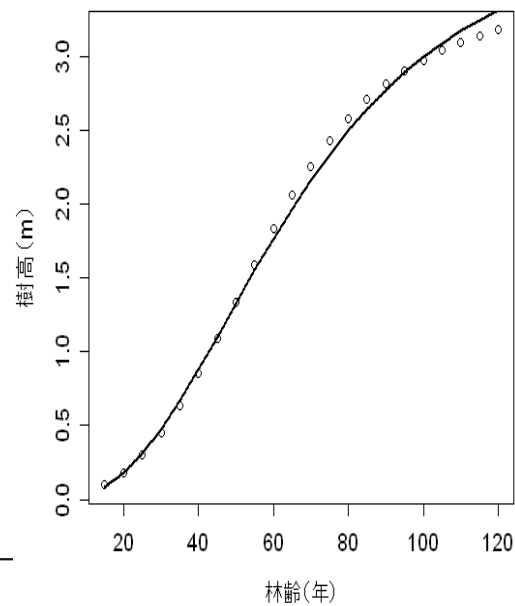
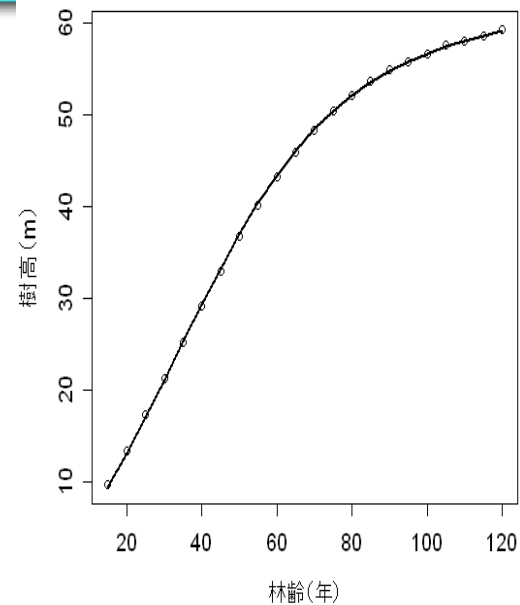
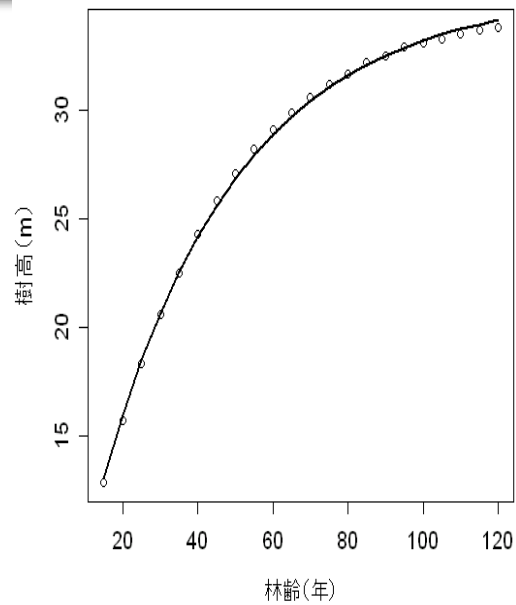
収穫表データに対するパラメータ推定値の比較

数式	par.stmd	パラメータ値		
		推定前	最推定後	比
一本あたりの材積	1	0.069	0.449	6.560
	2	1.348	1.936	1.436
	3	2658.200	262639.800	98.804
	4	2.815	6.325	2.247
林分形状高	5	0.791	0.204	0.257
	6	0.244	0.027	0.110
	7	0.354	0.011	0.030
平均胸高直径	8	0.049	0.000008	0.000
	9	0.035	0.144	4.128
	10	0.989	0.298	0.301
樹高成長	13	111.147	110.367	0.993
	14	7.821	7.824	1.000
	15	0.435	0.436	1.003

宮崎県収穫表

林齢 (年)	平均樹高 (m)	平均胸高直径 (cm)	本数 (本/ha)	幹材積 (m³/ha)	幹材積 (m³/本)
15	12.8	9.6	2605	252	0.10
20	15.7	13.4	1991	364	0.18
25	18.3	17.3	1543	464	0.30
30	20.6	21.3	1218	550	0.45
35	22.5	25.2	980	625	0.64
40	24.3	29.2	808	688	0.85
45	25.8	32.9	682	743	1.09
50	27.1	36.8	591	791	1.34
55	28.2	40.2	524	834	1.59
60	29.1	43.3	475	870	1.83
65	29.9	46.0	440	905	2.06
70	30.6	48.4	414	934	2.26
75	31.2	50.4	395	960	2.43
80	31.7	52.2	382	985	2.58
85	32.2	53.7	372	1,006	2.70
90	32.5	54.9	365	1,026	2.81
95	32.9	55.8	359	1,042	2.90
100	33.1	56.6	356	1,059	2.97
105	33.3	57.7	353	1,073	3.04
110	33.5	58.1	351	1,086	3.09
115	33.7	58.7	349	1,096	3.14
120	33.8	59.3	348	1,106	3.18





収穫表データに対するパラメータ推定値の比較

数式	par.stmd	パラメータ値		
		推定前	最推定後	比
一本あたりの材積	1	0.069	0.029	0.423
	2	1.348	1.536	1.140
	3	2658.200	180579.800	67.933
	4	2.815	3.813	1.355
林分形状高	5	0.791	0.000	0.000
	6	0.244	14860950	60902537.580
	7	0.354	0.007	0.020
平均胸高直径	8	0.049	0.000	0.000
	9	0.035	0.000	0.000
	10	0.989	2801.969	2832.074
樹高成長	13	34.843	35.501	1.019
	14	0.030	0.026	0.867
	15	0.999	0.896	0.897

森林レベルでの管理: 広域的・長期的・持続的



伐採計画分野における初期の数理モデル

線型計画法Linear Programming (LP)

- TimberRAM (Navon 1971)
- MUSYC (Johnson and Jones 1979)
- FORPLAN (Johnson et al. 1986)

混合整数計画法Mixed Integer Programming (MIP)

- IRPM (Kirby et al. 1980)

Harvest, Road Network, Transportation

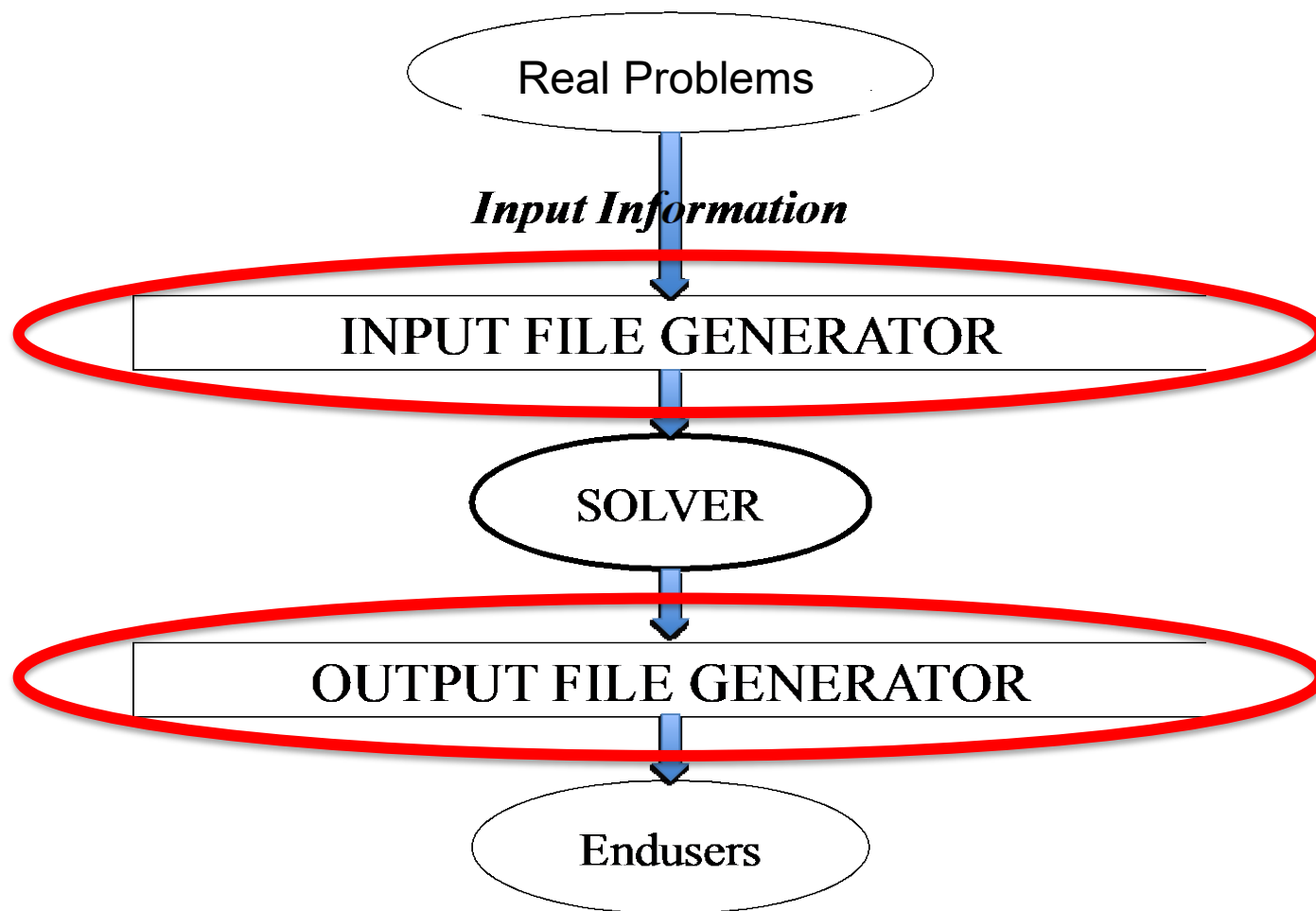
And many

数理計画法 (LP, MIP & IP) の利点

定式の標準化

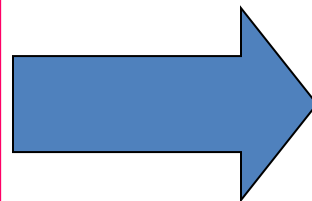
OR 研究者によるソフバーの開発 CPLEX, GUROBI, SCIPなど

応用分野の研究者は現実問題解決のための定式化に専念



モデリングの概念

- ▶▶ 種の多様性の維持
- ▶▶ 森林生態系の維持
- ▶▶ 景観の維持
- ▶▶ etc



木材生産活動への制約

•数理計画法によるShadow Price Approach
•Post-Optimality分析

制約評価

定式化

連続型

離散型

線形・非線形計画法

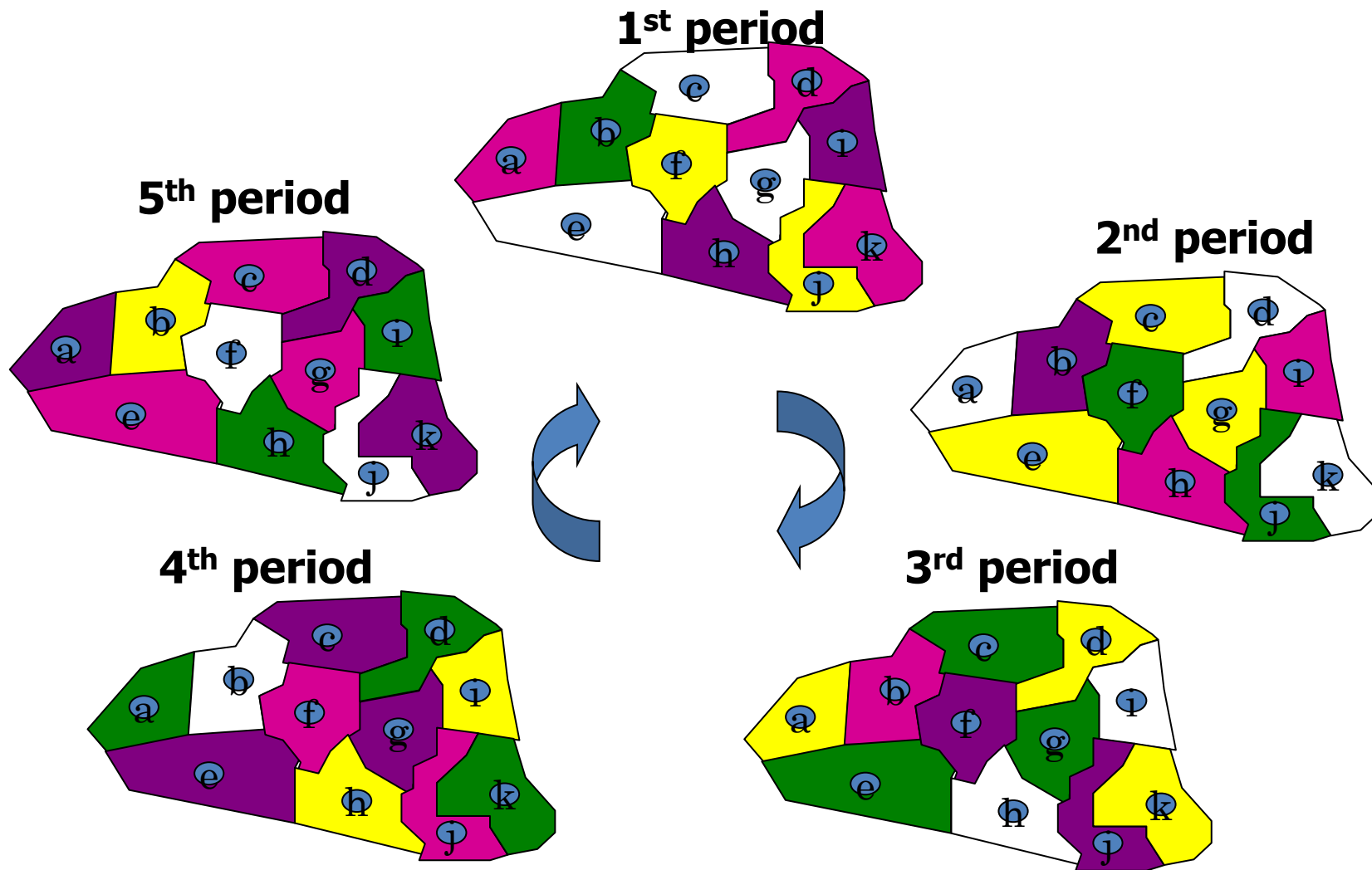
整数・0-1整数計画法

Shadow Price Approach
による評価

Before(制約) - After(制約)

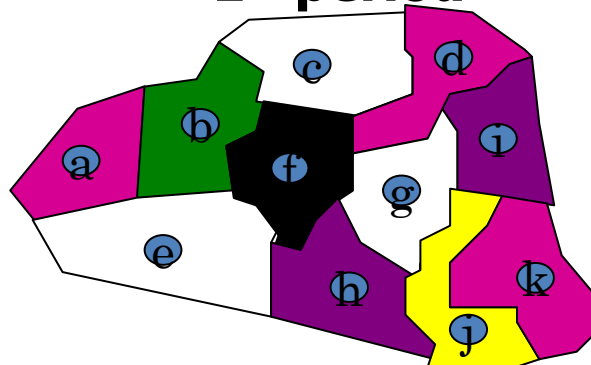
Impact(制約)

場所依存型計画

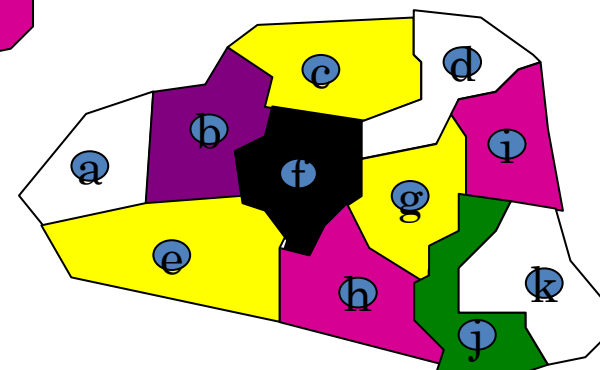


制約の評価

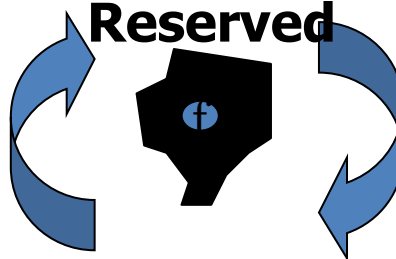
1st period



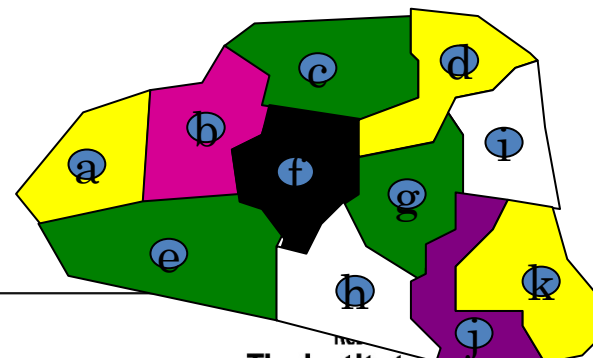
2nd period



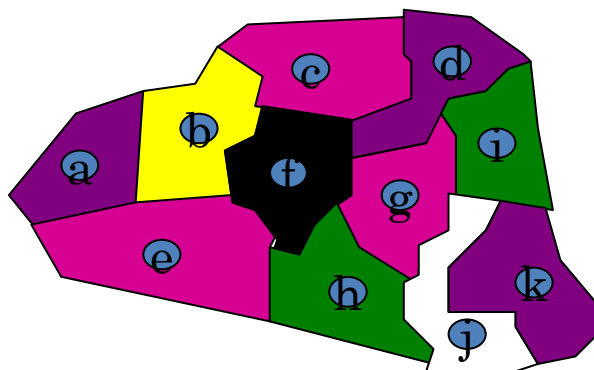
Reserved



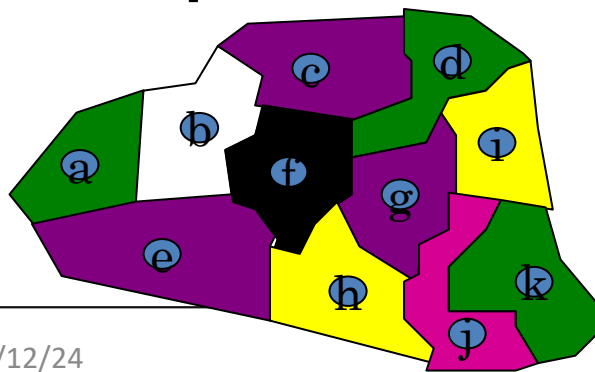
3rd period



5th period

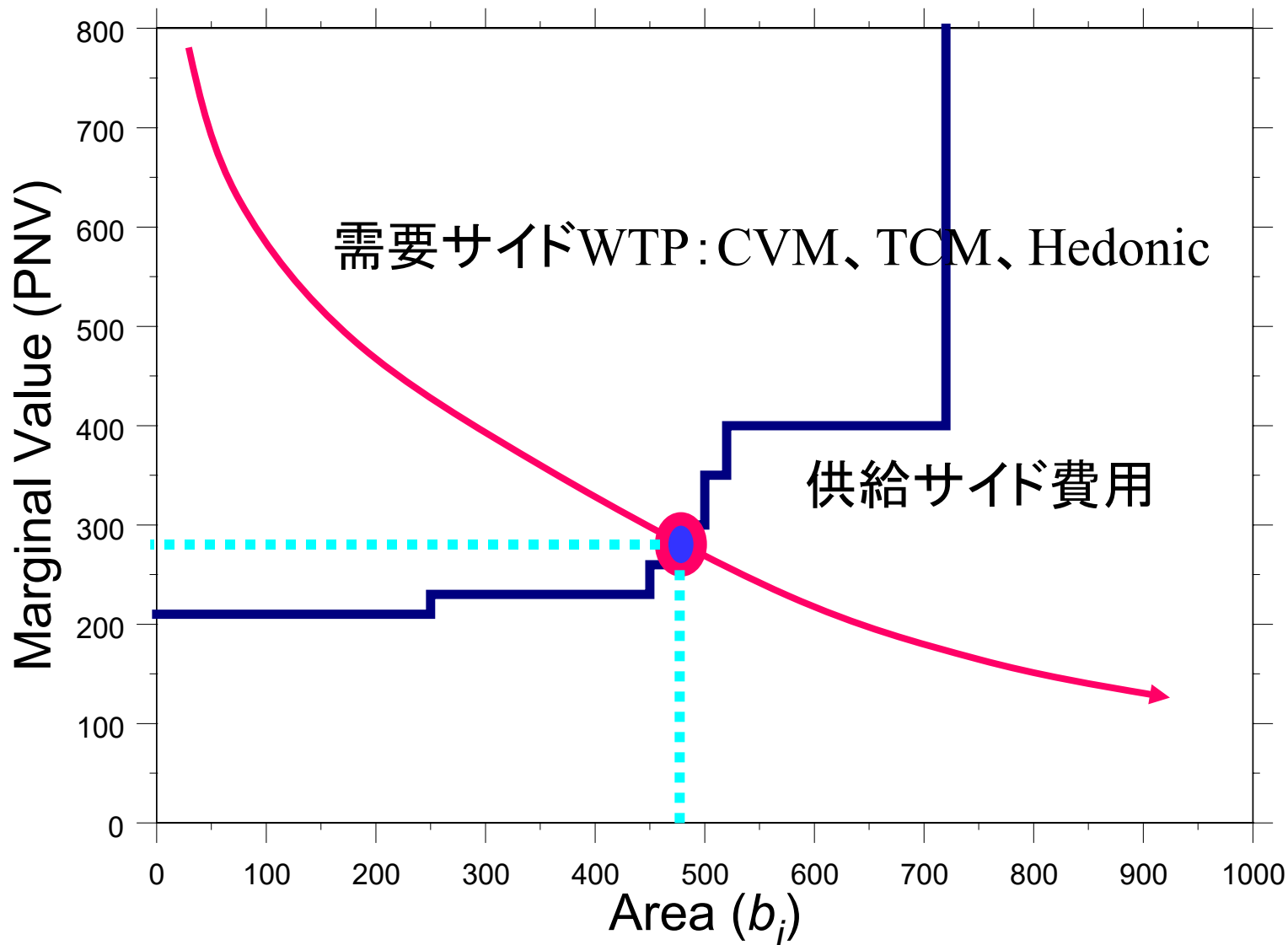


4th period

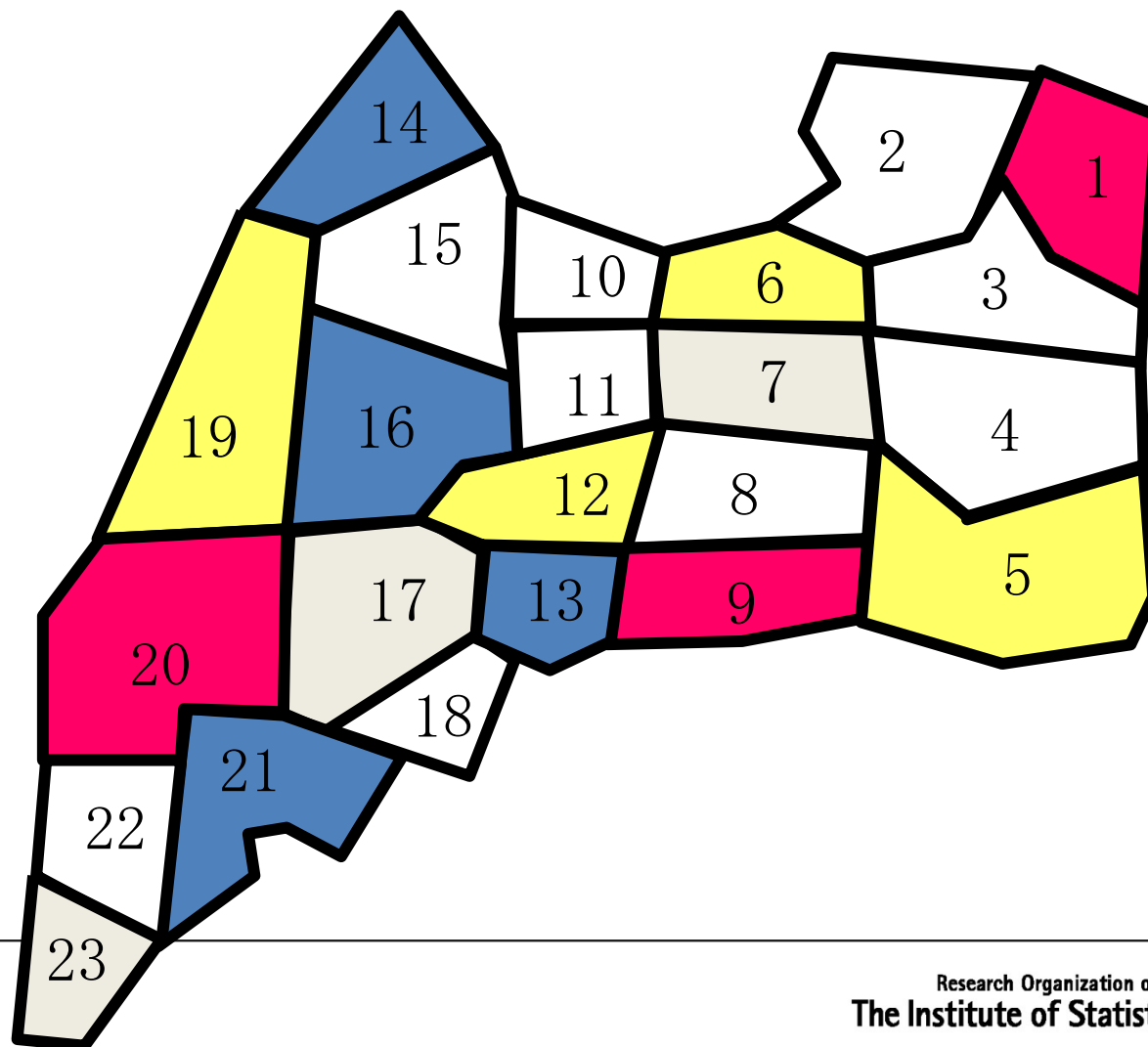


均衡点の追求

保護地域単位面積に対する限界価値



複数林分の森林レベル 制御時期, 場所, 強度: 時空間を考慮



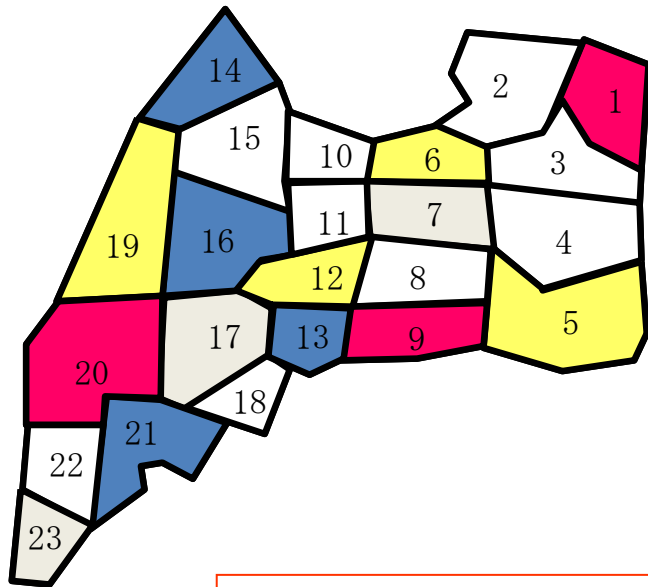
最適解探求には最適化の枠組みで定式化 基本構造の構築

- 決定変数を決める
- 必要な係数を推定する(予測値など)
- 最適化の目的を決める
- 制約条件を列挙する
 - 土地利用に関わる制約
 - 生産量に関わる制約
 - など

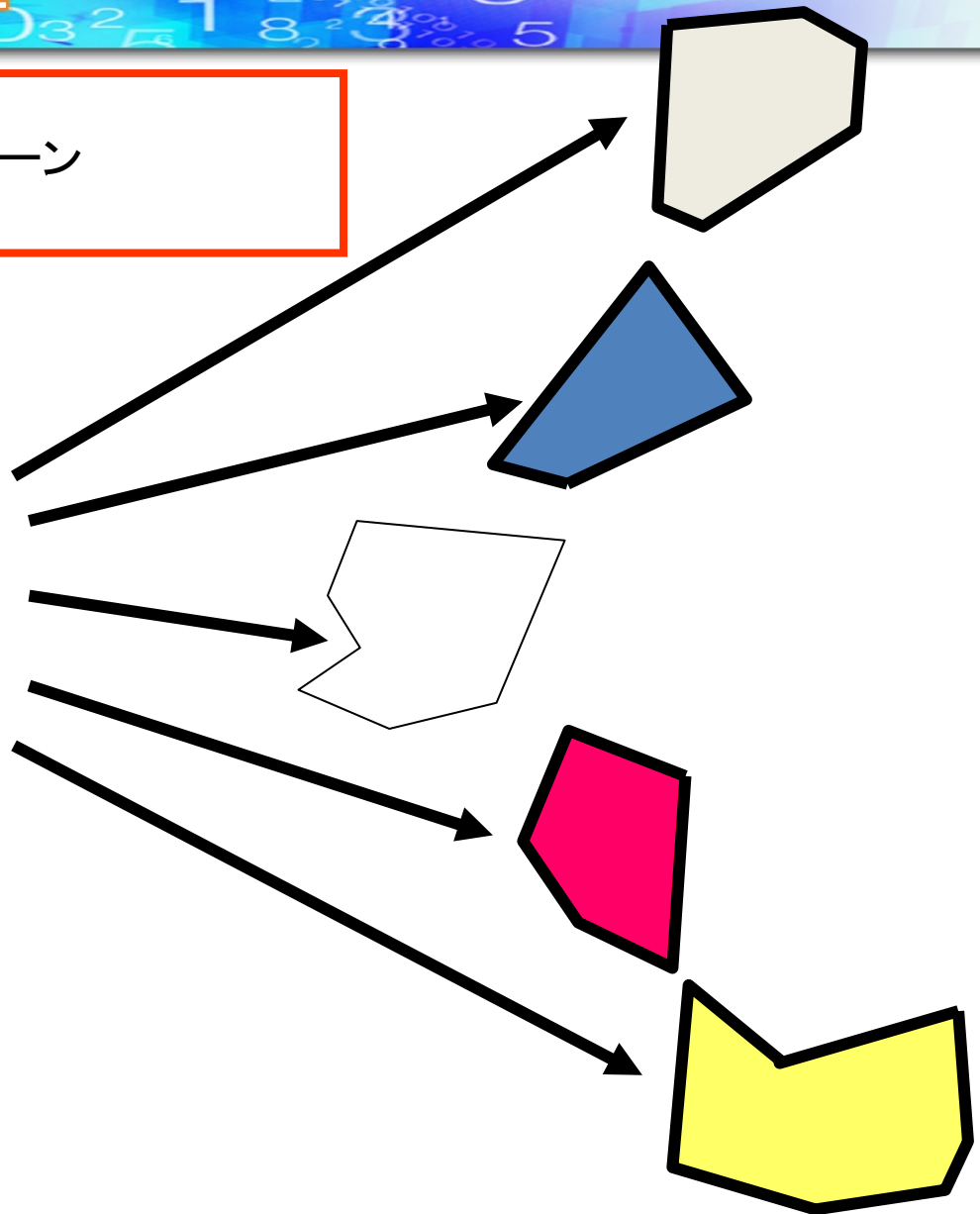
線形計画法のアプローチ

同種
同齡

→ 同じ成長パターン



Strata Approach



決定変数: 施業

各期にどのグループからどれだけ伐採するのか？

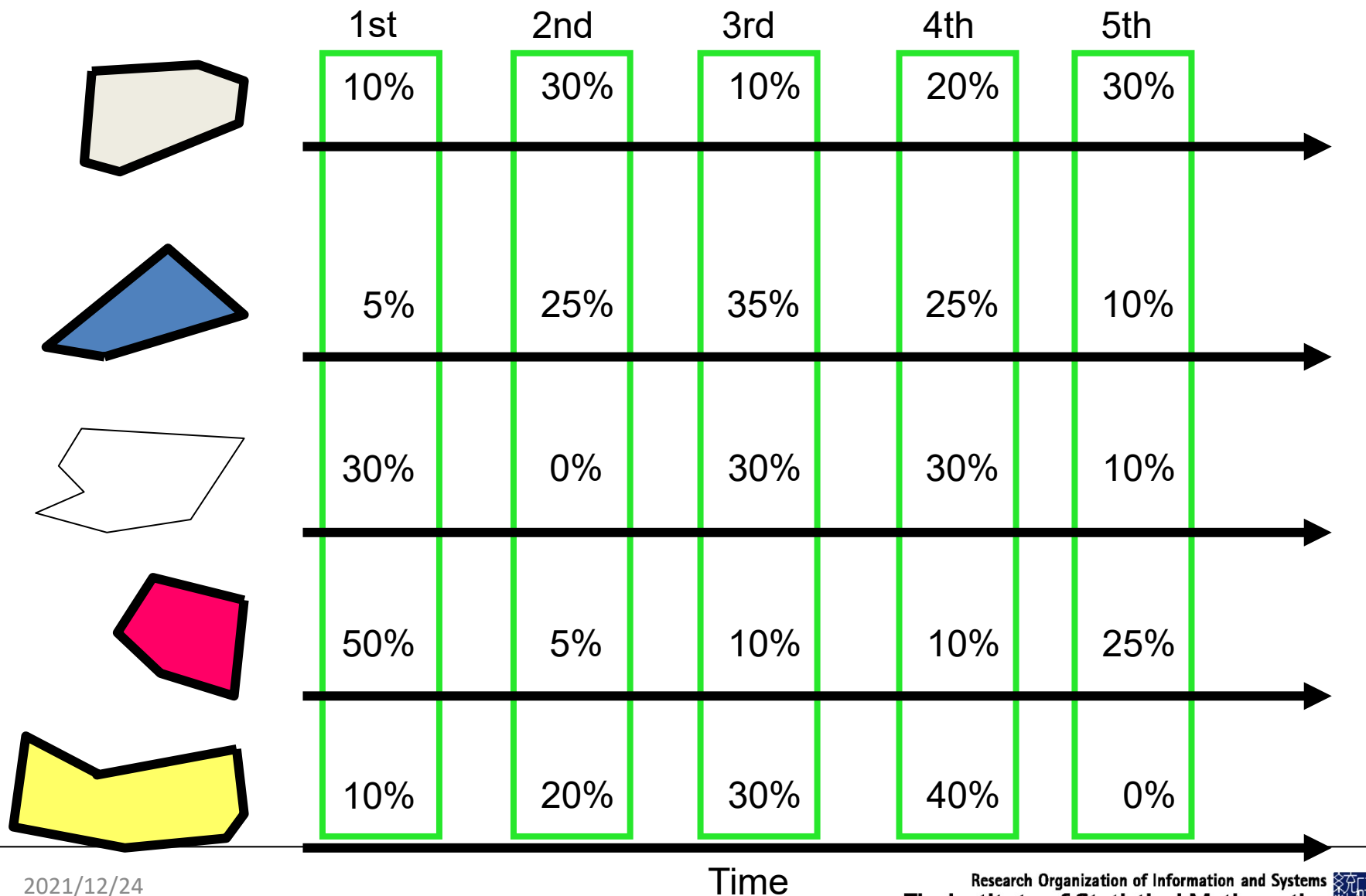
x_{i5}	-	-	-	-	X
x_{i4}	-	-	-	X	-
x_{i3}	-	-	X	-	-
x_{i2}	-	X	-	-	-
x_{i1}	X	-	-	-	-

1st 2nd 3rd 4th 5th

Period

$\sum_h x_{ih} \leq 1$

各分類でいつ、どれだけ？



複数伐採を許容するModel Iの決定変数

Table 1: Example of treatments

最小伐期齡6期: 計画期間10期

Treatment No.	Decision Variable	Coefficient	Period									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$X_{i,1}$	$C_{i,1}$	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	$X_{i,2}$	$C_{i,2}$	X	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	X	0	0
3	$X_{i,3}$	$C_{i,3}$	X	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	X	0	0
4	$X_{i,4}$	$C_{i,4}$	X	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	X	0
5	$X_{i,5}$	$C_{i,5}$	X	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	X
6	$X_{i,6}$	$C_{i,6}$	0	X	0	0	0	0	0	0	0	0
7	$X_{i,7}$	$C_{i,7}$	0	X	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	X	0	0
8	$X_{i,8}$	$C_{i,8}$	0	X	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	X	0
9	$X_{i,9}$	$C_{i,9}$	0	X	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	X
10	$X_{i,10}$	$C_{i,10}$	0	0	X	0	0	0	0	0	0	0
11	$X_{i,11}$	$C_{i,11}$	0	0	X	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	X	0
12	$X_{i,12}$	$C_{i,12}$	0	0	X	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	X
13	$X_{i,13}$	$C_{i,13}$	0	0	0	X	0	0	0	0	0	0
14	$X_{i,14}$	$C_{i,14}$	0	0	0	X	← 0	← 0	← 0	← 0	← 0	X
15	$X_{i,15}$	$C_{i,15}$	0	0	0	0	X	0	0	0	0	0
16	$X_{i,16}$	$C_{i,16}$	0	0	0	0	0	X	0	0	0	0
17	$X_{i,17}$	$C_{i,17}$	0	0	0	0	0	0	X	0	0	0
18	$X_{i,18}$	$C_{i,18}$	0	0	0	0	0	0	0	X	0	0
19	$X_{i,19}$	$C_{i,19}$	0	0	0	0	0	0	0	0	X	0
20	$X_{i,20}$	$C_{i,20}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	X

Note: X denotes harvesting while 0 denotes no harvesting



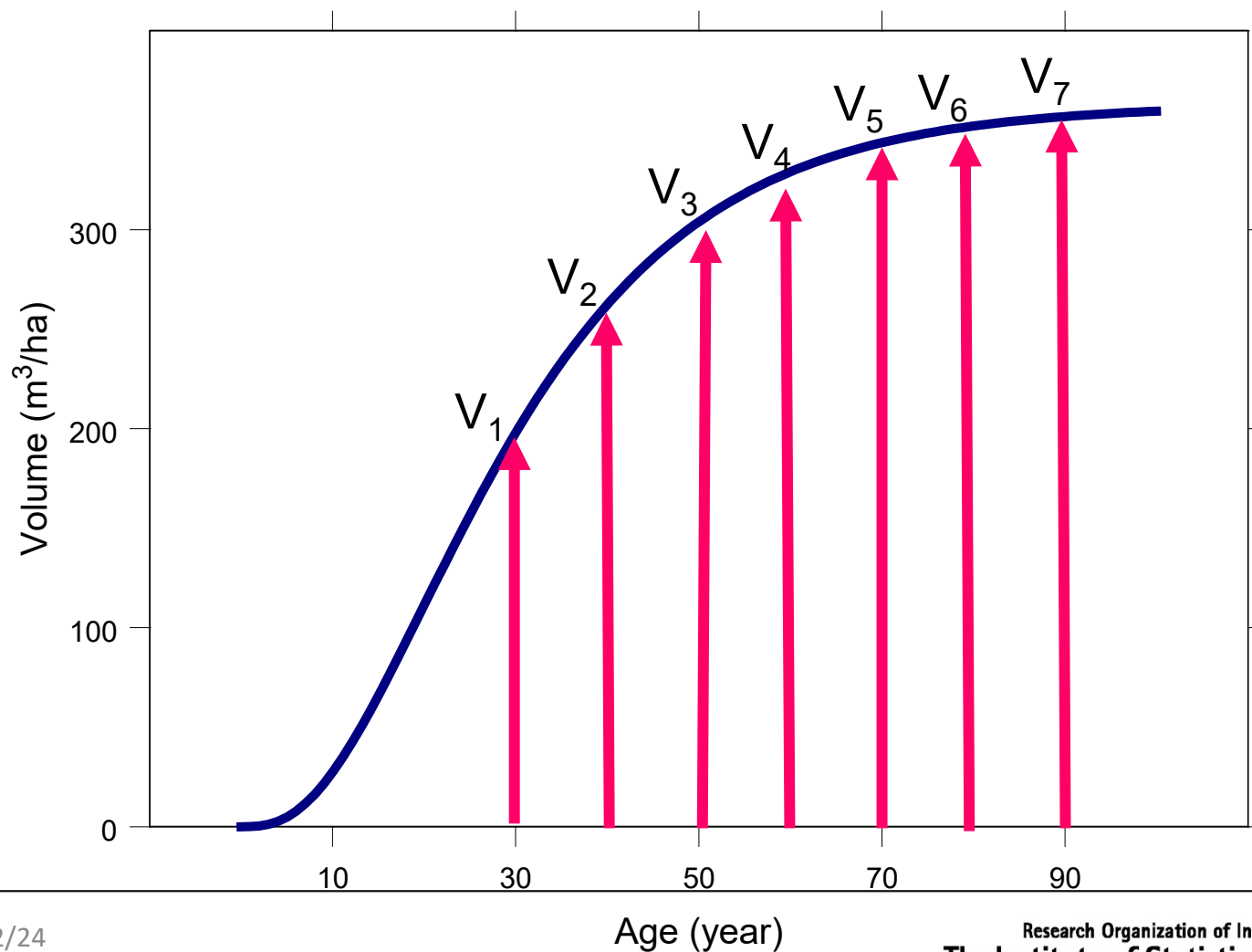
各期の伐採量

		Periods									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Possible Control Patters	1	V_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	V_1	0	0	0	0	0	V_1	0	0	0
	3	V_1	0	0	0	0	0	0	V_2	0	0
	4	V_1	0	0	0	0	0	0	0	V_3	0
	5	V_1	0	0	0	0	0	0	0	0	V_4
	6	0	V_2	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	V_2	0	0	0	0	0	V_1	0	0
	8	0	V_2	0	0	0	0	0	0	V_2	0
	9	0	V_2	0	0	0	0	0	0	0	V_3
	10	0	0	V_3	0	0	0	0	0	0	0
	11	0	0	V_3	0	0	0	0	0	V_1	0
	12	0	0	V_3	0	0	0	0	0	0	V_2
	13	0	0	0	V_4	0	0	0	0	0	0
	14	0	0	0	V_4	0	0	0	0	0	6
	15	0	0	0	0	V_5	0	0	0	0	0
	16	0	0	0	0	0	V_6	0	0	0	0
	17	0	0	0	0	0	0	V_7	0	0	0
	18	0	0	0	0	0	0	0	V_8	0	0
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	V_9	0
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V_{10}
		Vol ₁	Vol ₂	Vol ₃	Vol ₄	Vol ₅	Vol ₆	Vol ₇	Vol ₈	Vol ₉	Vol ₁₀

伐採量の推定

$$c_{i,j} = PNV_{i,j}$$

Growth Prediction



決定変数行列

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1H} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & \cdots & x_{mH} \end{pmatrix}$$

x_{ih} : 第*i*番目の林分に第*h*番目の施業を施す割合

係数行列

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1H} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mH} \end{pmatrix}$$

c_{ih} : 第*i*番目の林分に第*h*番目の施業による貢献

フロー行列

$$V_p = \begin{pmatrix} v_{11}^{(p)} & \cdots & v_{1H}^{(p)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{1m}^{(p)} & \cdots & v_{mH}^{(p)} \end{pmatrix}$$

$v_{ih}^{(p)}$: 第*i*番目の林分に第*h*番目の施業による伐採量

線形計画法による定式化

基本構造Model IIによる伐採計画

$$Z = \max_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^H c_{ih} \cdot x_{ih}$$



最適化ソフトウェア使用
Cplex, Gurobi, Scip
(Academic Free)

st.

$$x_{i1} + x_{i2} + \cdots + x_{iH} \leq 1, \quad \forall i$$

土地利用制約

$$\sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^H v_{ih}^{(p)} \cdot x_{ih} = v_0, p = 1, \dots, T$$

生産量制約

$$\{x_{ih}\} \geq 0$$

各期伐採量一定

整数計画法の時代

決定変数 連続 => 離散

決定変数行列

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1H} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & \cdots & x_{mH} \end{pmatrix}$$

$$x_{ih} = \begin{cases} 1 & \text{もし第}i\text{番目の林分に第}h\text{番目の施業を施す場合} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

0-1 整数計画法による定式化

離散型Model I

$$Z = \max_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^H c_{ih} \cdot x_{ih}$$

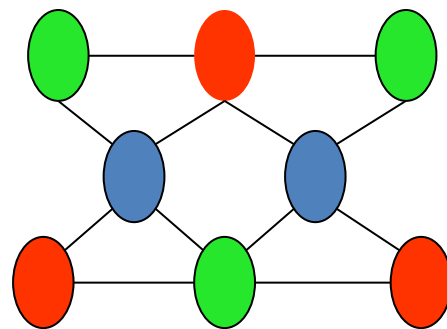
st.

$$x_{i1} + x_{i2} + \cdots + x_{iH} \leq 1, \quad \forall i \quad \text{土地利用制約}$$

$$(1 - \alpha)v_0 \leq \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^H v_{ih}^{(p)} \cdot x_{ih} \leq (1 + \alpha)v_0, \quad p = 1, \dots, T$$

$$\{x_{ih}\} = (0, 1) \quad \text{生産量制約}$$

80年代隣接の時代

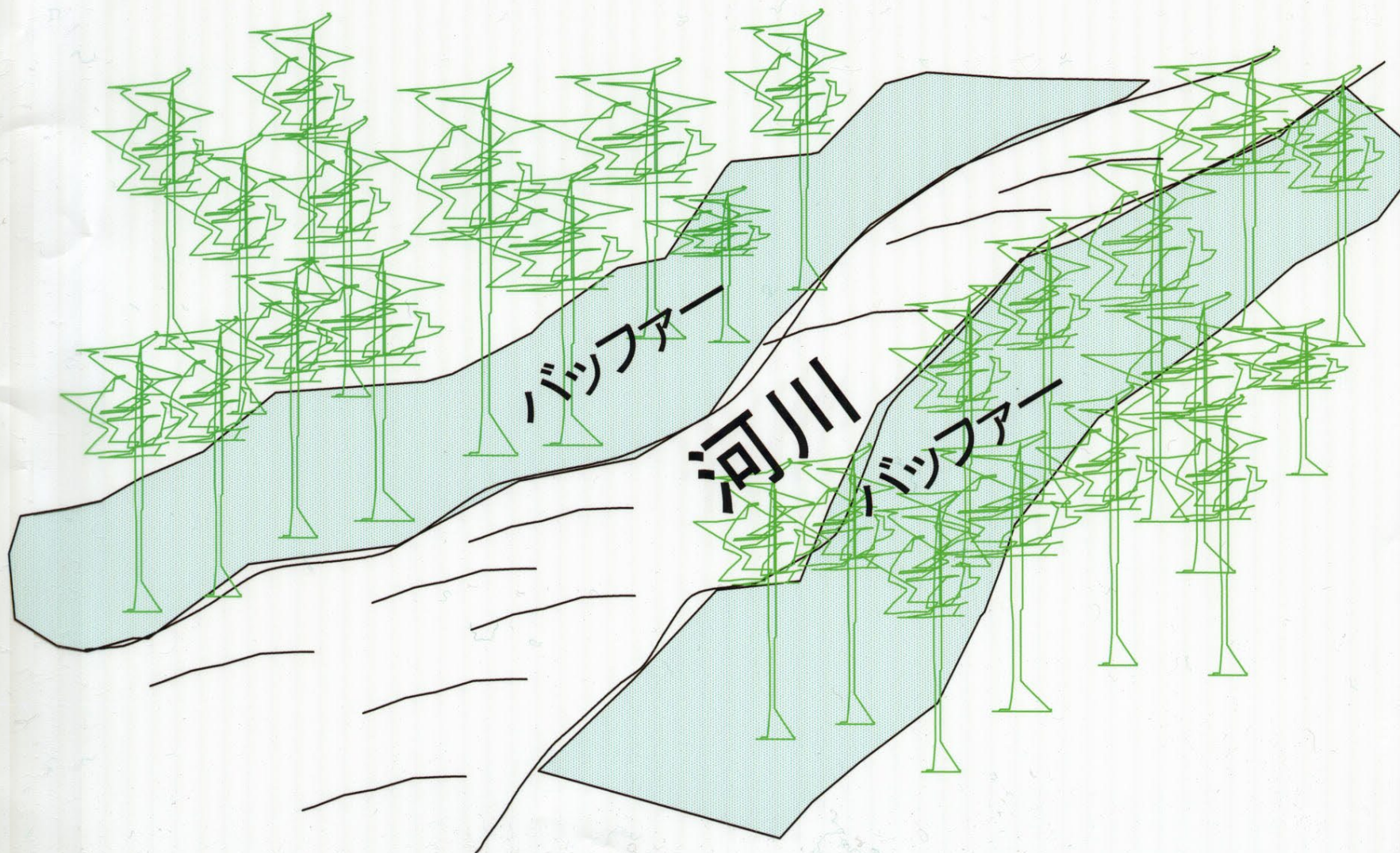


隣接林分での同時施業の回避

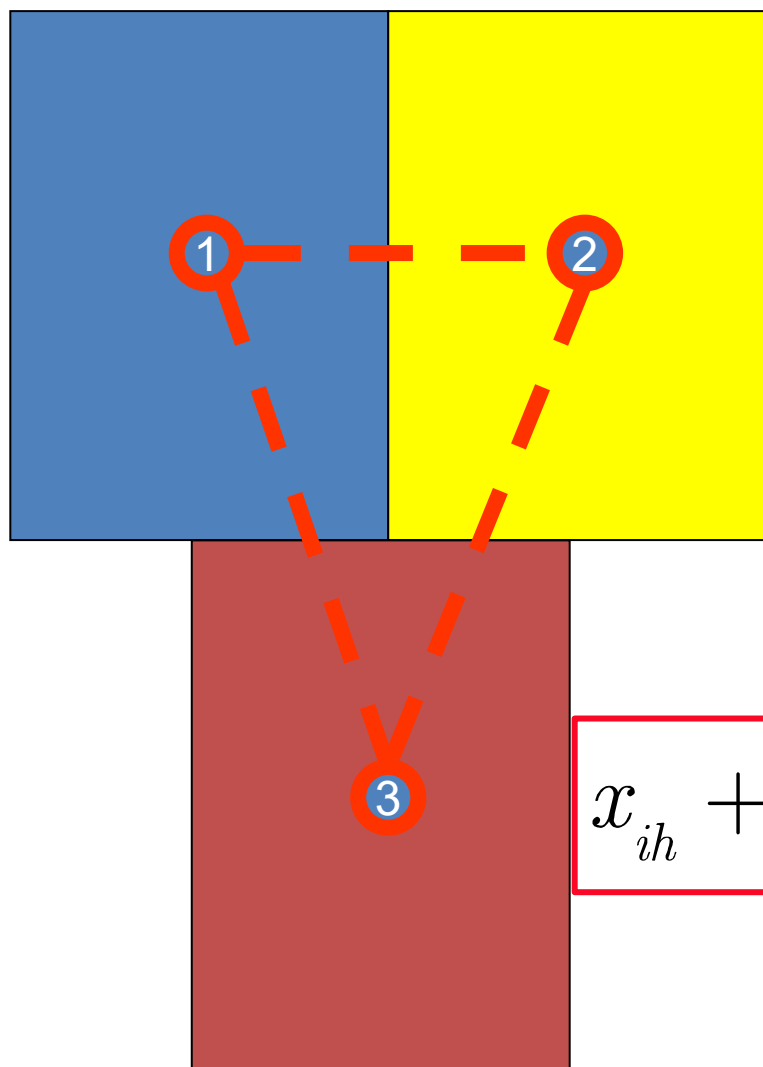
例: 林縁効果 Green-up Constraints



陸水生態系維持のための流域管理



隣接関係



$$x_{ih} + x_{jh} \leq 1, \quad \forall i, j \in NB_i, h \neq 0$$

隣接制約による定式化

離散型Model I

$$Z = \max_{\mathbf{X}} \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^H c_{ih} \cdot x_{ih}$$

st.

$$x_{i1} + x_{i2} + \cdots + x_{iH} \leq 1, \quad \forall i$$

$$(1 - \alpha)v_0 \leq \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^H v_{ih}^{(p)} \cdot x_{ih} \leq (1 + \alpha)v_0, \quad p = 1, \dots, T$$

$$[\tilde{\mathbf{A}} + \text{diag}(\tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{1}_{mn})] \cdot \text{vec}(\mathbf{X}') \leq \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{1}_{mn} \quad \text{隣接制約}$$

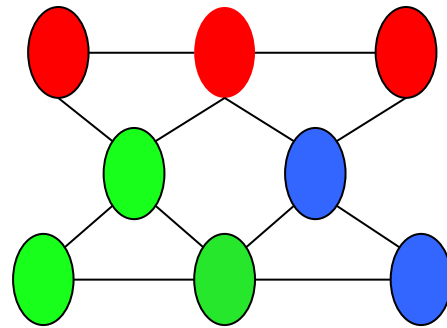
$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A}^S \otimes \mathbf{A}^V$$

$$\{x_{ih}\} = (0, 1)$$



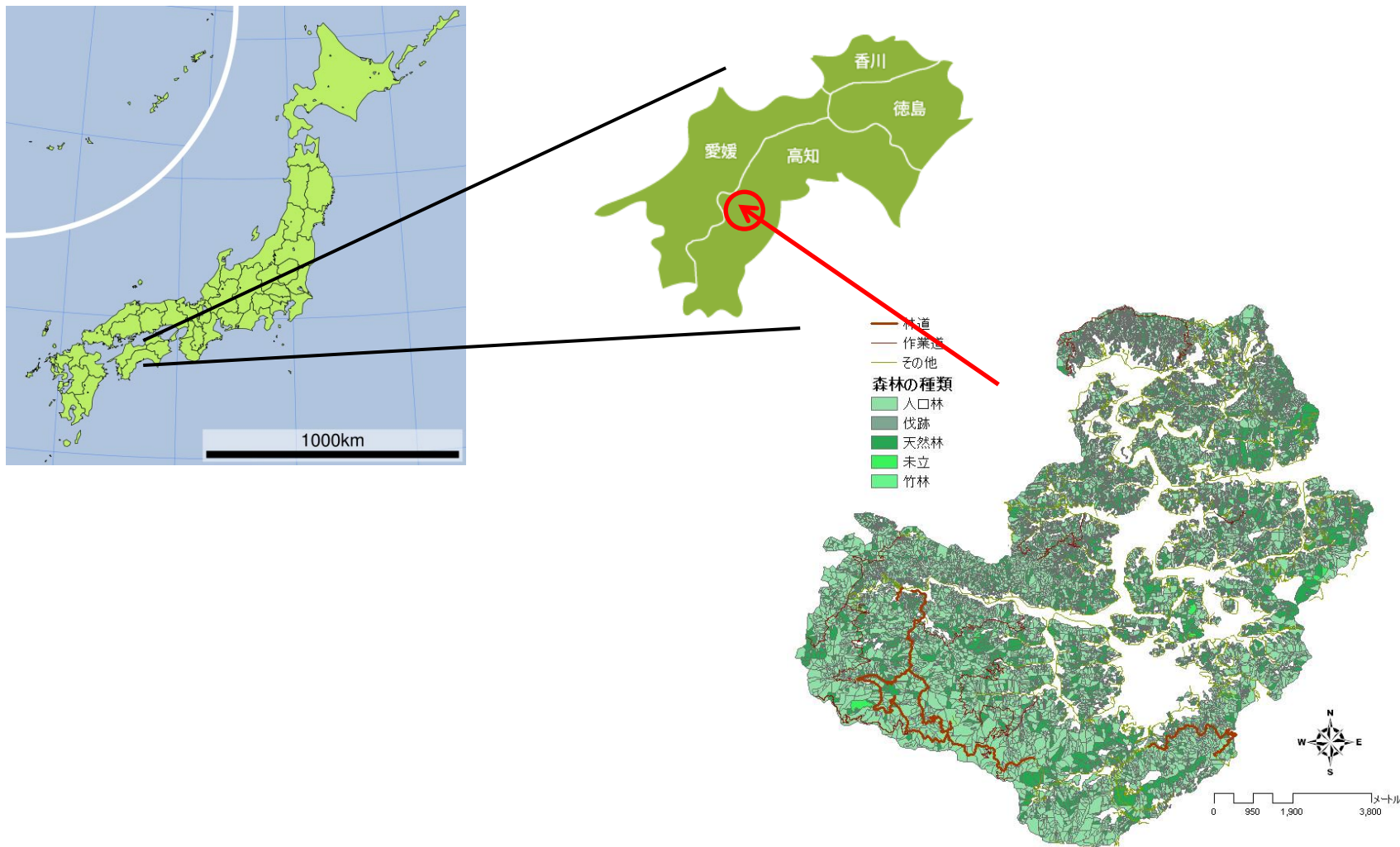
小規模林分の多発＝＞作業費用の増加

90年代後半集約の時代

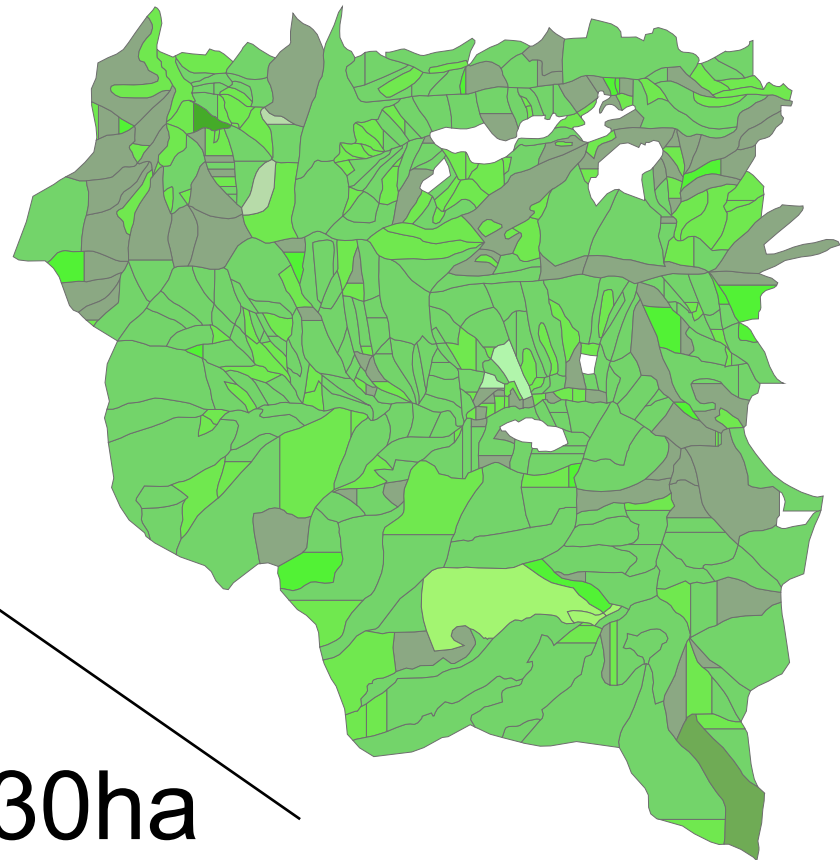
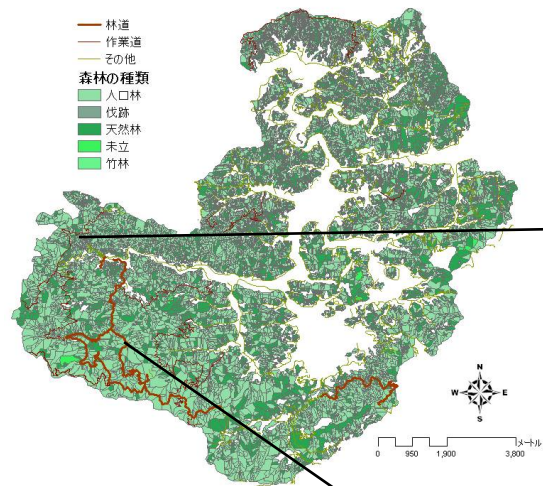


集約林分内での同時施業を許容
如何に集約を数式で表すのか？

Aggregation Problem in Japan



Sagwa-cho, Kochi prefecture JAPAN



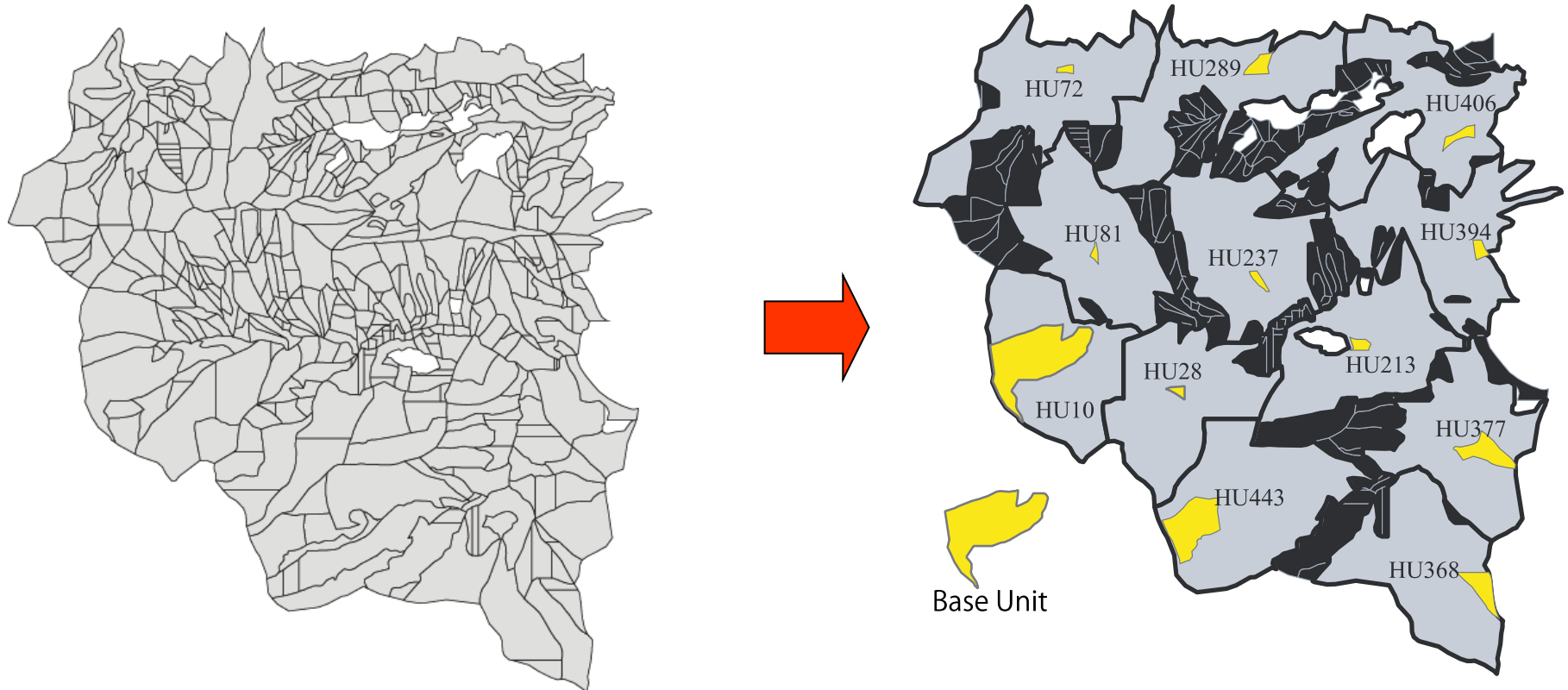
- 462 MUs
- Max. Vol.
- Aggregated Area $\approx$ 30ha

団地化

Yoshimoto et al. *Proc. ISM*. (2010)

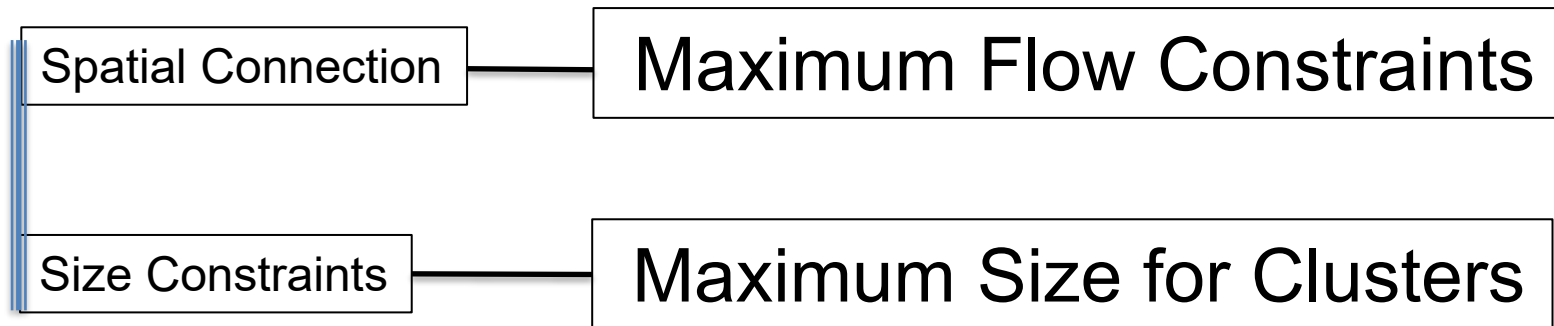
Yoshimoto et al. FORMATH (2017)

Aggregation for efficient management of units together



団地化

Yoshimoto and Asante (2018)

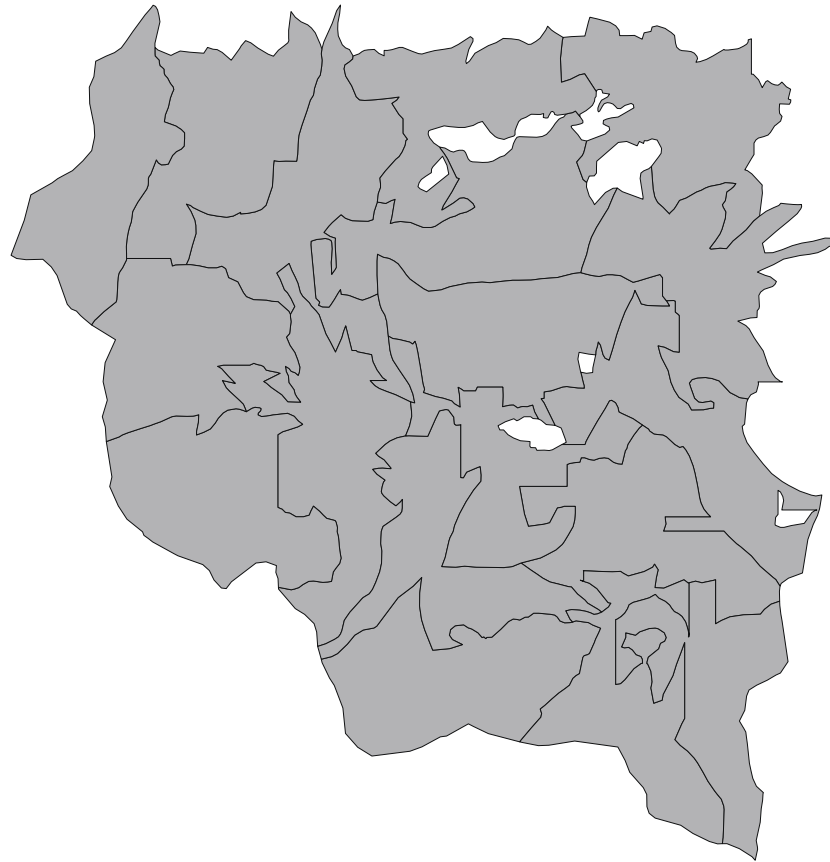


$$s_i = \begin{cases} 1 & \text{if nodes are aggregated into the } i\text{-th node toward the super node} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

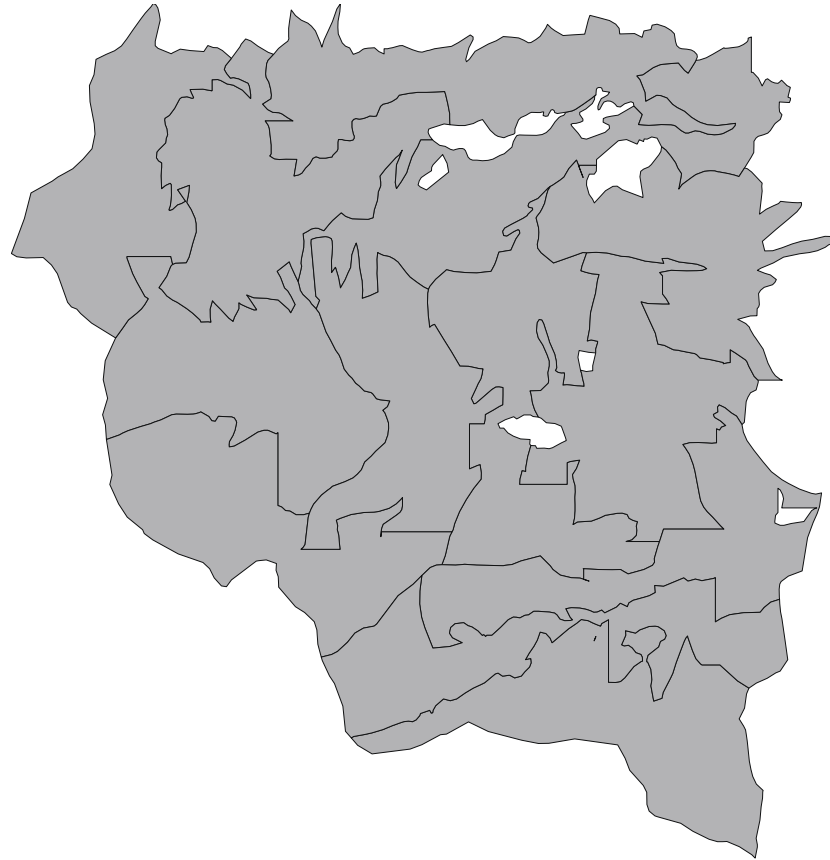
$$L_i \cdot s_i < w_{i0} \leq L_i + \bar{L} \cdot s_i, \quad \forall i$$

$$L_{l_0} \cdot s_i \leq w_{i0}, \quad \forall i$$

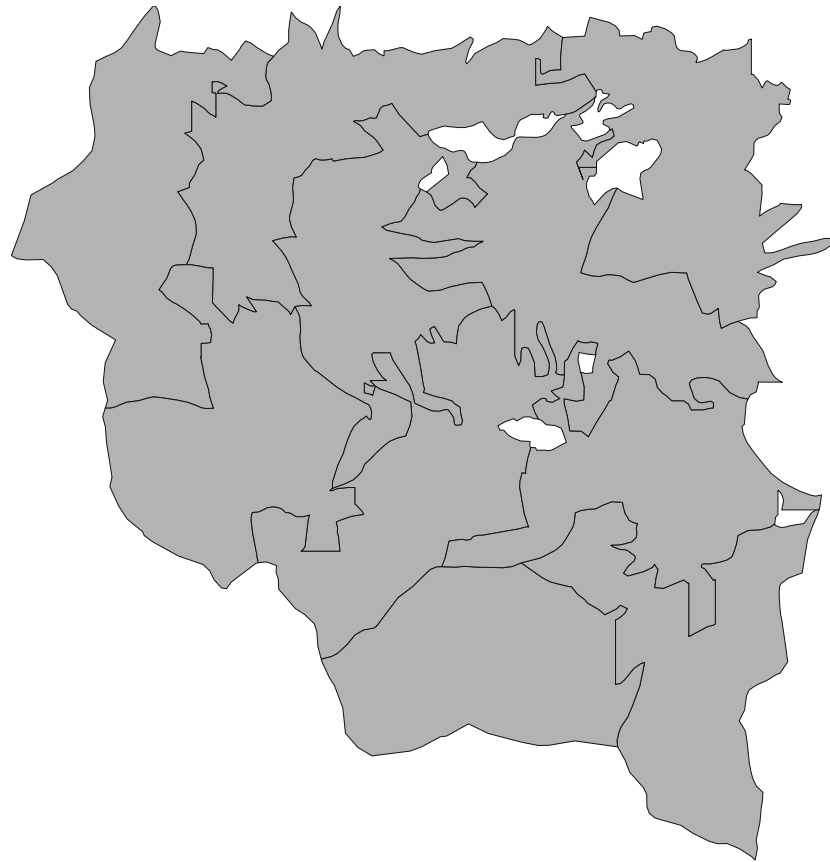
20ha ~ 30ha



30ha ~ 40ha



40ha ~ 50ha



森林経理学の復活を願って 絶滅危機，消滅は人でなく分野

